ਐਮ.ਏ. (ਐਜੂਕੇਸ਼ਨ) ਭਾਗ ਪਹਿਲਾ — ਪਰਚਾ ਤੀਜਾ

ਸਮੈਸਟਰ-ਪਹਿਲਾ — ਵਿਦਿਅਕ ਖੋਜ ਦੀ ਵਿਧੀ

ਯੂਨਿਟ ਨੰ. 2

ਡਿਸਟੈਂਸ ਐਜੂਕੇਸ਼ਨ ਵਿਭਾਗ
ਪੰਜਾਬੀ ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ, ਪਟਿਆਲਾ

ਸੈਕਸ਼ਨ-ਬੀ

ਪਾਠ ਨੰ. :

ਨੋਟ : ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਸਿਲੇਬਸ ਵਿਭਾਗ ਦੀ ਵੈਬਸਾਈਟ www.dccpbi.com ਤੋਂ ਡਾਊਨਲੋਡ ਕਰਨ।

ਪਾਠ ਨੰਬਰ : 2.1 ਲੇਖਕ :

ਮਾਤ੍ਰਿਕ ਮਾਪਣ ਅਤੇ ਮਾਪ ਦੇ ਪੱਧਰ

ਪਾਠ ਦਾ ਢਾਂਚਾ :

2.1.1 ਉਦੇਸ਼ :

ਇਹ ਪਾਠ ਪੜ੍ਹਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਸਿੱਖ ਜਾਣਗੇ :

1. ਪੈਮਾਇਸ਼ ਦੇ ਪੱਧਰ ਬਾਰੇ ਜਾਣ ਸਕਣਗੇ।
2. ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਤੋਂ ਕੀ ਭਾਵ ਹੈ?
3. ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਚਿੱਤਰ ਦਰਿਸ਼ ਦੀ ਲੋੜ ਬਾਰੇ।
4. ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫੀਕਲ ਦਰਿਸ਼ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਢੰਗ।
5. ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫੀਕਲ ਦਰਿਸ਼ ਆਕਰਸ਼ਿਤ ਕਰ ਸਕਣਗੇ ਜਾਂ ਬਣਾ ਸਕਣਗੇ।

2.1.2 ਮਾਤ੍ਰਿਕ ਮਾਪਣ ਅਤੇ ਪੈਮਾਇਸ਼ ਦੇ ਪੱਧਰ (Level of Measurement) :

ਮਾਤ੍ਰਿਕ ਮਾਪਣ : ਕਿਸੇ ਵੀ ਵਿਅਕਤੀ ਦੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਮਾਤ੍ਰਿਕ ਜਾਂ ਗੁਣਆਤਮਕ ਢੰਗ ਨਾਲ ਪੇਸ਼ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮਾਤ੍ਰਿਕ ਮਾਪਣ ਜਿਸ ਵਿਚ ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਨੂੰ ਮਾਪਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਮਾਤ੍ਰਿਕ ਮਾਪਣ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅੰਕਾਂ ਜਾਂ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

ਇੱਕ ਚਰ ਦੇ ਮਿਣਤੀ ਪੱਧਰ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਕਰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਇੱਕ ਚਰ ਦੇ ਵਰਣਨ ਲਈ ਕਿਸ-ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅੰਕੜਾਤਮਕ ਸੰਦ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਵੀ ਫੈਸਲਾ ਕਰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਕਿਹੜੇ ਮੁੱਲ

ਉਚਿਤ ਰੂਪ ਵਿਚ ਅੰਕੜਾਤਮਕ (statistical) ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਹੋਰ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿਚ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪੈਮਾਇਸ਼ ਦੇ ਪੱਧਰਾਂ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਤੈਅ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਆਖਿਆਤਮਕ* ਅਤੇ ਅਨੁਮਨਾਤਮਕ** ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨ (ਤਕਨੀਕ) ਨੂੰ ਕਿਸ ਚਰ (variable) ਉੱਤੇ ਲਾਗੂ ਕਰੀਏ।

* ਵਿਆਖਿਆਤਮਕ - descriptive

** ਅਨੁਮਨਾਤਮਕ - inferential

ਪੈਮਾਇਸ਼ ਦੇ ਪੱਧਰ ਦੀਆਂ ਚਾਰ ਕਿਸਮਾਂ ਹਨ :

(i) ਕ੍ਰਮਸੂਚਕ ਪੈਮਾਨੇ
(ii) ਨਾਮਕ ਪੈਮਾਨੇ
(iii) ਅੰਤਰਾਲ ਪੈਮਾਨੇ
(iv) ਅਨੁਪਾਤ ਪੈਮਾਨੇ

2.1.2.1 ਕ੍ਰਮਸੂਚਕ ਪੈਮਾਨੇ ਜਾਂ ਕ੍ਰਮਸੂਚਕ ਚਰ :

- ਇਹ ਇਕ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਪਸ਼ਟ ਡਾਟਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਕੁ ਵਸਤੂਆਂ ਅਸੰਤੁਲਿਤ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਿੱਚ ਪਾਈਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।
- ਇਕ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਮਹੱਤਤਾ ਨਹੀਂ ਦਿੱਤੀ ਜਾਂਦੀ।
- ਕ੍ਰਮਸੂਚਕ ਚਰ ਨੂੰ ਨੰਬਰਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਕੋਡ (Coded) ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ :

(i) ਲਿੰਗ (ਪੁਰਸ਼ ਅਤੇ ਇਸਤਰੀ)
(ii) ਬਾਲਾਂ ਦੇ ਰੰਗ (ਕਾਲਾ, ਭੂਰਾ, ਸਲੇਟੀ ਆਦਿ)
(iii) ਵਿਆਹ ਸੰਬੰਧੀ (ਸ਼ਾਦੀਸ਼ੁਦਾ, ਇਕੱਲਾ, ਤਲਾਕਸ਼ੁਦਾ)

2.1.2.2 ਨਾਮਕ ਪੈਮਾਨੇ ਜਾਂ ਨਾਮਕ ਚਰ :

- ਇਹ ਇਕ ਕਿਸਮ ਦਾ ਸਪਸ਼ਟ ਡਾਟਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮ ਨੂੰ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇ ਕਿ ਉਹ ਚਰ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚ ਅੰਤਰਨਿਹਿਤ (inherent) ਦਰਜਾ ਕ੍ਰਮ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਇਸ ਚ ਸਾਮਗਰੀ ਨੂੰ ਚੜ੍ਹਦੇ ਤੇ ਘਟਦੇ ਆਕਾਰ ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
- ਇਹਨਾਂ ਵਿਚ ਸੰਖਿਆ ਸੰਬੰਧੀ ਫਾਸਲਾ ਨਾ ਮਲੂਮ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਨਾਮਕ ਚਰ ਘੱਟ ਜਾਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਬਰਾਬਰੀ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਪਰ ਕਿੰਨਾ ਜ਼ਿਆਦਾ ਤੇ ਕਿੰਨਾ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗਾ ਉਸ ਲਈ ਨਹੀਂ ਵਰਤਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ।

ਉਦਾਹਰਨ :

(i) ਸ਼੍ਰੇਣੀਕਰਨ (Grading - A,B,C,D,E)
(ii) ਮੁਲਾਂਕਣ (Evaluation)
  - ਉੱਚ, ਮਧਿਅਮ, ਘੱਟ
  - ਲਾਈਕਰਟ ਸਕੇਲ (Likert Scale)
    * ਪੰਜ ਅੰਸ਼ (Point) ਸਕੇਲ (ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਹਿਮਤ, ਸਹਿਮਤ, ਨਾ-ਸਹਿਮਤ-ਨਾ ਹੀ ਅਸਹਿਮਤ, ਅਸਹਿਮਤ, ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸਹਿਮਤ)

* ਸੱਤ ਅੰਸ਼ (Point) ਉਦਾਰਵਾਦ ਸਕੇਲ (ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਆਜ਼ਾਦ ਖਿਆਲ ਵਾਲਾ, ਆਜ਼ਾਦ ਖਿਆਲ ਵਾਲਾ, ਘੱਟ ਆਜ਼ਾਦ ਖਿਆਲ, ਉਦਾਰ ਵਿਚਾਰਾਂ ਵਾਲਾ, ਘੱਟ ਰੂੜ੍ਹੀਵਾਦੀ, ਰੂੜ੍ਹੀਵਾਦੀ, ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੂੜ੍ਹੀਵਾਦੀ)

2.1.2.3ਅੰਤਰਾਲ ਪੈਮਾਨੇ ਜਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਚਰ :

- ਇਸ ਵਿੱਚ ਨਾਮਕ ਪੈਮਾਨਿਆਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਮੁੱਲਾਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਰੱਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
- ਜਮਾਂ ਤੇ ਘਟਾਉ ਦੀ ਇੱਥੇ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਪਰ ਗੁਣਾਂ ਤੇ ਵੰਡ ਦੀ ਕੋਈ ਅਰਥਪੂਰਣ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੀ।
- ਇੱਥੇ ਚਰਿੱਤਰ ਦੀ ਅਣਉਪਸਥਿਤੀ ਦਾ ਮਤਲਬ ਸਿਫ਼ਰ ਨਹੀਂ ਹੈ।
- ਉਹ ਚਰ ਜਾਂ ਮਿਣਤੀ ਦੇ ਪੱਧਰ ਜਿੱਥੇ ਮੁੱਲਾਂ (value) ਵਿੱਚ ਫਰਕ ਇਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਕੇਲ ਦੇ ਨਾਲ ਮਾਪਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ :

(i) ਫੈਰਨਹਾਇਟ ਸਕੇਲ ਤੇ ਤਾਪਮਾਨ

(ii) ਸਿੱਖਿਆ (ਸਾਲਾਂ ਵਿਚ)

2.1.2.4ਅਨੁਪਾਤ ਪੈਮਾਨੇ ਜਾਂ ਅਨੁਪਾਤ ਚਰ :

(i) ਇਸ ਚਰ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰਾਲ ਸਕੇਲ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਪ੍ਰਾਪਰਟੀਆਂ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਨਿਰਪੇਖ ਅਤੇ ਨੋਨ-ਆਬਿਟਰੇਰੀ (Arbitrary) ਸਿਫ਼ਰ ਅੰਸ਼ ਮੌਜੂਦ ਹਨ।

(ii) ਇਸ ਵਿਚ ਸਾਰੀਆਂ ਗਣਿਤ ਕ੍ਰਿਆਵਾਂ ਉਚਿਤ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਜੋੜ, ਘਟਾਅ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਵੰਡ ਆਦਿ।

(iii) ਇਹ ਸਭ ਤੋਂ ਸ੍ਰੇਸ਼ਟ ਮੁਲਾਂਕਣ ਸਕੇਲ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ : ਲੰਬਾਈ, ਭਾਰ, ਉਮਰ ਆਦਿ।

ਸਵੈ ਮੁਲਾਂਕਨ ਅਭਿਆਸ :

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1 : ਮਿਣਤੀ ਦੇ ਪੱਧਰ ਤੋਂ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਸਮਝਦੇ ਹੋ?

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2 : ਮਿਣਤੀ ਦੇ ਪੱਧਰ ਦੀਆਂ ਚਾਰ ਕਿਸਮਾਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਹਨ?

2.1.3 ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ (Frequency Distribution) :

ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਇਕ ਸਾਮਗਰੀ ਦਾ ਸਾਰਨੀਬੱਧ (tabular) ਸਾਰਾਂਸ਼ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਹਰ ਇਕ ਵੰਨਗੀ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਰਿਣਾਮਾਂ ਦੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਹਰ ਗਰੁੱਪ ਦੀ ਕੀਮਤ (value) ਦੀ ਉਤਪਤੀ ਨੂੰ ਹਰ ਆਮਦ ਨਾਲ ਟੇਬਲ ਵਿਚ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਰੂਪ ਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਦਾ ਮੁੱਖ ਉਦੇਸ਼ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਸਾਮਗਰੀ ਨੂੰ ਇਕ ਸੂਝ (insight) ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਸਾਮਗਰੀ ਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਵੇਖ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਅਸਲ ਸਾਮਗਰੀ ਦੇ ਅਨੁਵਾਦ ਨੂੰ ਸੌਖੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਨ :

ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ

ਮੁਲਾਂਕਣ	**ਆਵ੍ਰਿਤੀ**
ਨਿਮਾਣਾ	2
ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਨੀਵਾਂ	3

ਮੱਧਮਾਨ	5
ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਉਪਰ	9
ਸਰੇਸ਼ਠ	1
ਕੁੱਲ ਅੰਕ	**20**

2.1.4 ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਚਿਤਰਨ (Representation of Data) :

ਸਾਮਗਰੀ ਨੂੰ ਗ੍ਰਾਫ, ਰੇਖਾ ਚਿੱਤਰ (Diagrams), ਨਕਸ਼ੇ ਅਤੇ ਚਾਰਟ ਦੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਣ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਅੰਕੜਿਆਂ (ਸਾਮਗਰੀ) ਦਾ ਚਿਤਰਨ ਕਰਨਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸਾਮਗਰੀ ਨੂੰ ਤਸਵੀਰਾਂ ਨਾਲ ਚਿਤਰਨ ਕਰਨ ਦਾ ਢੰਗ ਇਕ ਵਧੀਆ ਸੰਧ ਹੈ ਜਿਸ ਦੇ ਨਾਲ ਪਾਠਕ ਨੂੰ ਸਾਮਗਰੀ ਬਾਰੇ ਸੌਖੇ ਅਤੇ ਸੰਖੇਪ ਰੂਪ ਵਿਚ ਵੇਰਵਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਚ ਸਾਮਗਰੀ ਨੂੰ ਗ੍ਰਾਫ਼ੀਕਲ ਚਿਤਰਨ ਦੇਣਾ। ਸਾਰਨੀਬੱਧ ਦੇ ਨਾਲੋਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਇਕ ਆਕਰਸ਼ਕ ਭੂਮਿਕਾ ਅਦਾ ਕਰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਨਾਲ ਹੀ ਸਾਮਗਰੀ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਰਿਣਾਮ ਲਗਾਉਣ ਚ ਵੀ ਮਦਦ ਕਰਦੇ ਹਨ।

2.1.4.1 ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫੀਕਲ ਚਿਤਰਨ ਦੀ ਲੋੜ (Need of representing data graphically):

ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫੀਕਲ ਚਿਤਰਨ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਇਸ ਕਰਕੇ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ :

- ਜੇਕਰ ਗਿਣਤੀ ਦੇ ਅੰਕੜੇ ਸਾਰਨੀਬੱਧ ਵਿਚ ਜ਼ਿਆਦਾ ਵੱਡੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਸ ਦੇ ਅਭਿਆਸ ਉੱਤੇ ਸਮਾਂ ਲਗੇਗਾ।
- ਗ੍ਰਾਫ਼ਿਕ ਚਿਤਰਨ ਦੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਸਾਡੀ ਬੋਧਸ਼ਕਤੀ ਹੋਰ ਮਜ਼ਬੂਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- ਇਸ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਸੌਖੀ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
- ਇਹ ਤਰੀਕੇ ਦਿਮਾਗ ਤੇ ਗਹਿਰੀ ਛਾਪ ਛੱਡ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।
- ਸਾਰਨੀਬੱਧ ਸਾਮਗਰੀ ਵਿੱਚੋਂ ਸਿੱਟਿਆਂ ਤੇ ਪਹੁੰਚਣਾ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸਮਾਂ ਉਪਭੋਗ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ ਹੈ।
- ਇਹ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸੌਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਪੇਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਨ।
- ਇਸ ਨਾਲ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸ਼ੈਲੀਆਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਵਰਿਧੀ (growth), ਵਿਭਾਜਨ ਕ੍ਰਮ ਅਤੇ ਘਣਤਾ ਬਾਰੇ ਸਮਝਣਾ ਸੌਖਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿੰਗ ਅਨੁਪਾਤ, ਉਪਰ-ਲਿੰਗ ਦੀ ਤੁਲਣਾ ਅਤੇ ਵਿਵਸਾਇਕ ਬਣਤਰ ਆਦਿ।

2.1.5 ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫੀਕਲ ਚਿਤਰਨ ਦੇ ਢੰਗ (Methods of graphical presentation of data) :

- ਹਿਸਟੋਗ੍ਰਾਮ
- ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਪਾਲੀਗਨ
- ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵਕ੍ਰ ਯਾ ਨੋਕਦਾਰ ਡਾਟ (ogive)

2.1.5.1 ਹਿਸਟੋਗ੍ਰਾਮ

- ਹਿਸਟੋਗ੍ਰਾਮ ਇਕ ਅਜਿਹਾ ਬਾਰ (Bar) ਗ੍ਰਾਫ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿਚ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵਕਫ਼ੇ ਜਾਂ ਦਾਇਰੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਬਾਰੇ ਦੇ ਵਕਫ਼ੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਉਸ ਦੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਕਰਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।
- ਸਾਮਗਰੀ ਦੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਦੇ ਚਿਤਰਨ ਲਈ ਸੱਬ ਤੋਂ ਉਪਰੋਕਤ ਹਿਸਟੋਗ੍ਰਾਮ ਦੀ ਵਰਤੋ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਚਿਤਰਨ ਦੇ ਲਈ ਨਿਰੰਤਰ ਵਰਗੀਕਰਨ ਵਾਲੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹੋ ਜਿਹੀ ਵੰਡ ਵਿਚ ਉਤਲੀ ਰੇਖਾ ਅਗਲੀ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਲਈ ਹੇਠਲੀ ਰੇਖਾ ਬਣ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਨੂੰ ਵਰਟੀਕਲ (Vertical) ਸਮਚਤਰਭੁਜ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਦਾ ਆਧਾਰ ਸਮਤਲ

(Horizontal) ਪਈ ਪਈ ਰੇਖਾ ਹੈ ਅਤੇ ਮੱਧ ਕੀਮਤ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਵਿਚ ਚੁੜਾਈ ਦਾ ਆਕਾਰ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੇ ਵਕਫ਼ੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਹਿਸਟੋਗ੍ਰਾਮ ਦੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਲੇਖਾ (Featurers of a Histogram)

- ਬਾਰ ਦੇ ਹਰ ਵਕਫ਼ੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਉਸ ਦੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਕਰਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।
- ਜ਼ਿਆਦਾਤਰ ਇਸ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕਾਲਮਾਂ (Columns) ਦੀ ਚੁੜਾਈ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਫੇਰ ਵੀ ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਨਾ-ਬਰਾਬਰ ਲਈ ਲਾਭਦਾਇਕ ਹੈ।
- ਕਾਲਮ ਦੀ ਹਰ ਕੀਮਤ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਨਾਮਿਲਨਸਾਰ (Exclusive) ਅਤੇ ਵਿਆਪਕ ਹੋਵੇ, ਇਸੇ ਲਈ ਹੀ ਸਾਰੇ ਕਾਲਮਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਖਾਲੀ ਥਾਂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ ਅਤੇ ਹਰ ਇੱਕ ਟਿਪਣੀ (Observation) ਸਿਰਫ਼ ਤੇ ਸਿਰਫ਼ ਇਕ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।
- ਇਹ ਜਾਣਨਾ ਵੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ ਸੰਚਿਤ ਅਤੇ ਸੰਗਠਤ ਸਾਮਗਰੀ ਦੀ (X-axis) ਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤੇ ਲੇਬਲਿੰਗ (Labelling) ਕਰਨ ਚ ਕੋਈ ਅਸਪਸ਼ਟਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

ਹਿਸਟੋਗ੍ਰਾਮ ਦਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਜਾਂ ਦੀ ਰੂਪ ਰੇਖਾ (Drawing the Histogram) :

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਾਮਗਰੀ ਨੂੰ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਸੰਗਠਤ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ, ਹਿਸਟੋਗ੍ਰਾਮ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਤਿਆਰ ਹਾਂ :

(i) ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਕ ਸਮਤਲ (Horizontal) ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਬਣਾਉ ਅਤੇ ਇਸ ਉੱਤੇ ਅਸੀਂ ਆਪਣੀਆਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀਆਂ ਨੂੰ ਪਰਗਟ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

(ii) ਹੁਣ ਇਸ ਸਮਤਲ ਰੇਖਾ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਵਕਫ਼ੇ ਤੇ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਤੇ ਹਿਸਾਬ ਨਾਲ ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਗਾਉਣੇ ਹਨ।

(iii) ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਸਕੇਲ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਲਈ ਸਾਰੇ ਨਿਸ਼ਾਨਾਂ ਨੂੰ ਲੇਬਲ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਸਮਤਲ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਵੀ ਇਕ ਨਾਮ ਦੇਣਾ ਹੈ।

(iv) ਸਭ ਤੋਂ ਹੇਠਲੀ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਇਕ ਵਰਟੀਕਲ (Vertical) ਰੇਖਾ ਬਣਾਓ।

(v) ਵਰਟੀਕਲ ਰੇਖਾ ਲਈ ਉਹ ਸਕੇਲ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਰੋ ਜੋ ਕਿ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ ਅਨੁਕੂਲ ਕਰ ਸਕਣ।

(vi) ਸਕੇਲ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰਨ ਲਈ ਵਰਟੀਕਲ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਾਰੇ ਨਿਸ਼ਾਨਾਂ ਨੂੰ ਲੇਬਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਵੀ ਇੱਕ ਨਾਮ ਦਿਉ।

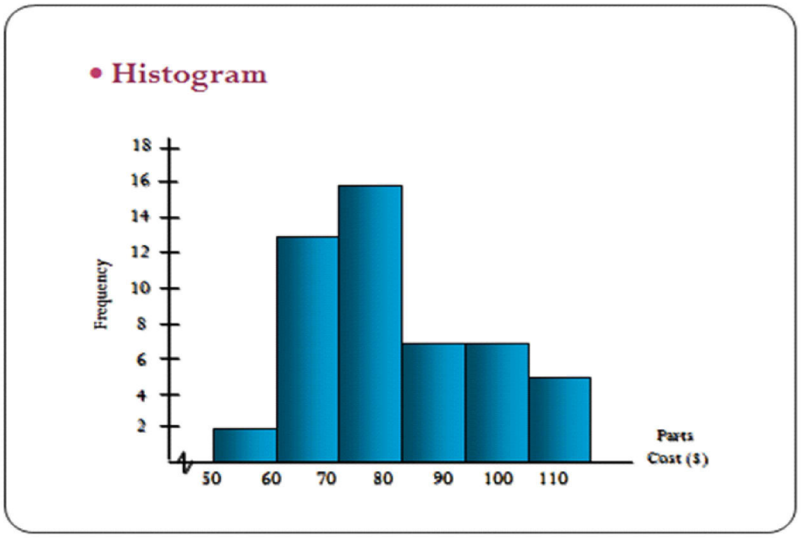
(vii) ਹਰ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਲਈ ਬਾਰ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉ।

(viii) ਬਾਰ ਦੇ ਹਰ ਵਕਫ਼ੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਉਸ ਦੀ ਹਰ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਆਧਾਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਉਦਾਹਰਣ :

ਇਸ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਲਈ ਇੱਕ ਹਿਸਟੋਗ੍ਰਾਮ ਬਣਾਇਏ :

Cost (ਮੁੱਲ)	ਆਵ੍ਰਿਤੀ
50-59	2
60-69	13
70-79	16
80-89	7
90-99	7
99-109	5
ਕੁੱਲ ਅੰਕ	**50**



2.1.5.2 ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਪਾਲੀਗਨ (Frequency Polygon) :

ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਪਾਲੀਗਨ ਅਜਿਹਾ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਸਾਮਗਰੀ ਦੀ ਸ਼੍ਰੇਣੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਮੱਧ-ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਜੋੜ ਕੇ ਵਿਖਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਪਾਲੀਗਨ ਤੇ ਹਿਸਟੋਗ੍ਰਾਮ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਇਕੋ ਜਿਹੀ ਸਾਧਾਰਨ ਸ਼ਕਲ ਵਾਲੇ ਹਨ। ਬਜਾਏ ਸਮਤਲ ਭੁਜਾ ਦੇ ਇਸ ਵਿੱਚ ਹਰ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੇ ਮੱਧ-ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਵਰਟੀਕਲ ਰੇਖਾਵਾਂ ਬਣਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨਾਲ ਅਨੁਰੂਪ ਹਨ।

– ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਪਾਲੀਗਨ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ :

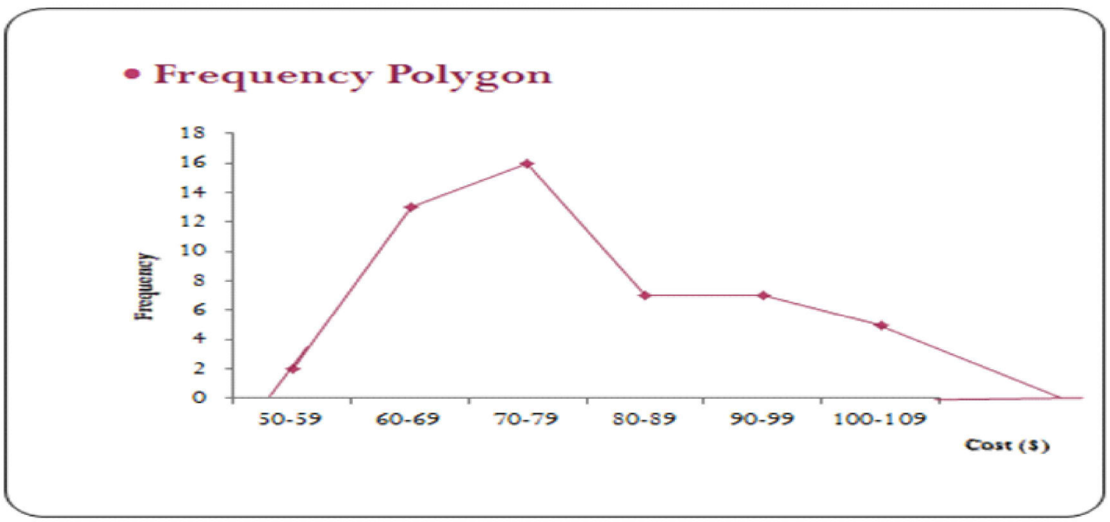
1. ਇੱਕ (ਸਮਤਲ) x ਅਤੇ y (ਵਰਟੀਕਲ) ਰੇਖਾ ਬਣਾਉ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਲੇਬਲ ਕਰੋ।
2. x-axis ਤੇ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੇ ਵਕਫ਼ੇ ਦੇ ਹਿਸਾਬ ਨਾਲ ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਗਾਉ।
3. x-axis ਤੇ ਮੱਧ-ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਅਤੇ y-axis ਤੇ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਵਰਣਨ ਕਰੋ।
4. ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਚਿਤਰਨ ਲਈ ਹਰ ਵਕਫ਼ੇ ਦੇ ਮੱਧ-ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਵਿਪਰੀਤ ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਗਾਉ।
5. ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਸਾਰੇ ਸਮੀਪਵਰਤੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਰੇਖਾ ਦੇ ਆਕਾਰ ਵਿੱਚ ਜੋੜਨਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਇਕ ਰੇਖਾ x-axis ਦੀ ਸ਼ੁਰੂਆਤ ਤੋਂ ਲੈ ਕੇ ਗ੍ਰਾਫ ਦੇ ਅਖੀਰ ਤੱਕ ਬਣਾਉ।

ਨੋਟ : ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਪਾਲੀਗਨ ਦੇ ਲਈ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਅਤੇ ਮੱਧ-ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ :

ਮੁੱਲ (Cost)	**ਆਵ੍ਰਿਤੀ (Frequency)**
50-59	2
60-69	13
70-79	16
80-89	7
90-99	7
100-109	5

Total = 50



2.1.5.3ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵਕ੍ਰ ਜਾਂ ਠੋਕਦਾਰ ਡਾਟ (Ogive) :

ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵਕ੍ਰ ਇਕ ਅਜਿਹਾ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿਚ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਨਾ ਕਿ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦੀ। ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦੀ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ ਉਪਰ ਤੋਂ ਹੇਠਲੇ ਜਾਂ ਹੇਠਲੇ ਤੋਂ ਲੈ ਕੇ ਉਪਰ ਜੋੜ ਕੇ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਪ੍ਰਾਪਤ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਨੂੰ y-axis ਉਤੇ ਉਤਲੇ ਅਤੇ ਹੇਠਲੀ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਸੀਮਾ ਰੇਖਾ ਦੇ ਵਿਪਰੀਤ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਗਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਦੁਆਰਾ ਜੋੜਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਨੂੰ ਸੰਚਿਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵਕ੍ਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

- ਠੋਕਦਾਰ ਡਾਟ (ogive) ਨੂੰ ਜਾਂ ਤਾਂ ਘੱਟ ਪਾਸੇ ਜਾਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਪਾਸੋਂ ਖੋਜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਠੋਕਦਾਰ ਡਾਟ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ :

1. ਇਕ x ਅਤੇ y ਰੇਖਾ ਬਣਾਉ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਲੇਬਲ ਕਰੋ।

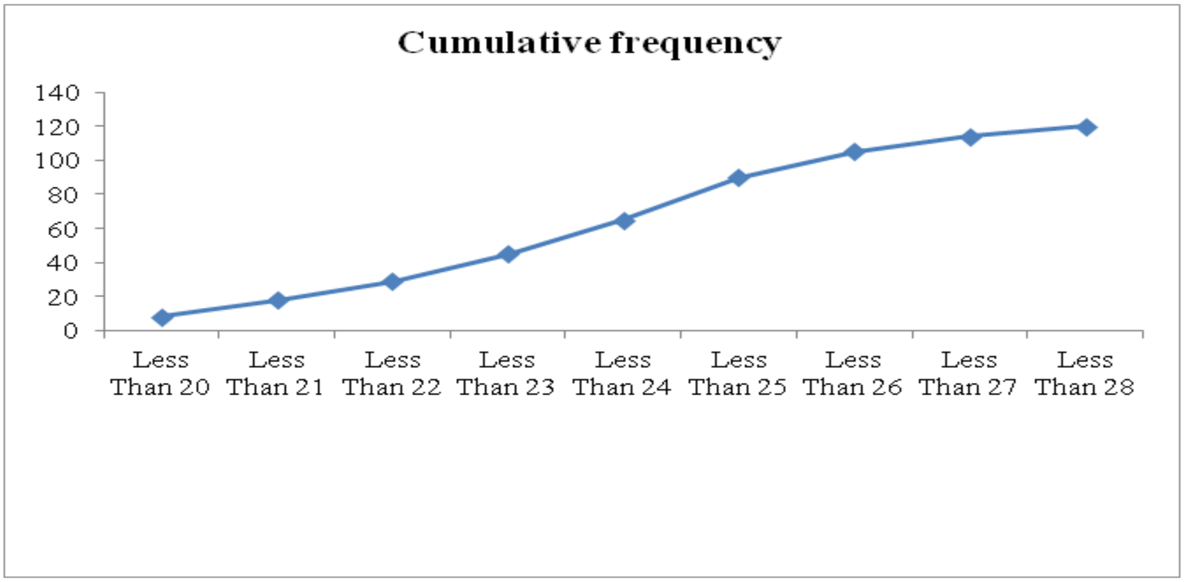
2. y-axis ਤੇ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਅਤੇ x-axis ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੀਆਂ ਸੀਮਾ ਬਣਾਉ।
3. ਹਰ ਉਤਲੀ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਆਕਾਰ ਚ ਵਕ੍ਰ ਬਣਾਉ।
4. ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਰੇਖਾ ਦੇ ਨਾਲ ਜੋੜੋ ਅਤੇ x-axis ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਨਾਲ ਪਹਿਲੇ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਨੋਟ : ਨੋਕਦਾਰ ਡਾਟ (ogive) ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਅਤੇ ਸੰਚਤ ਵਰਗ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ : ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਤੇ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਬਣਾਉ :

ਵੇਤਨ (Wages) (Rs)	ਆਵ੍ਰਿਤੀ (No. of workers) (Frequency)	ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ (Cumulative frequency)
Less Than 20	8	8
Less Than 21	10	18
Less Than 22	11	29
Less Than 23	26	45
Less Than 24	20	65
Less Than 25	25	90
Less Than 26	15	105
Less Than 27	9	114
Less Than 28	6	120

ਸਮਾਧਾਨ : ਉਤਲੀ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੀਆਂ ਸੀਮਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ 20, 21, 22 ਆਦਿ ਨੂੰ x-axis ਅਤੇ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ y-axis ਤੇ ਰੂਪ ਰੇਖਾ ਦਿਉ। ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਦੇਣਾਂ, ਤੇ ਇਸ ਨਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਕੁਝ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ।



2.1.6 ਸਾਰ :

ਅੰਕਾਂ ਅਤੇ ਮਾਪ ਦੀ ਇਕਾਈਆਂ ਦੇ ਸੰਕਲਪਾਂ ਨੂੰ ਵਿਕਸਿਤ ਕਰਕੇ ਮਾਪ ਦੀ ਥਿਊਰੀ ਵਿਕਸਿਤ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਨੇ ਪੱਧਰਾਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਮਾਪ ਦਾ ਵਰਗੀਕਰਣ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਮਾਪ ਦੇ ਹਰੇਕ ਪੱਧਰ ਤੋਂ ਇਹ ਵੀ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਗਣਿਤ ਅਨੁਸਾਰ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਆ ਵਿਚ ਪਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਦਿਮਾਗ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਮਾਪਣ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਪੈਮਾਨੇ ਵਰਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਕ੍ਰਮਸੂਚਕ, ਨਾਮਕ, ਅੰਤਰਾਲ ਅਤੇ ਅਨੁਪਾਤ ਪੈਮਾਨੇ। ਹਰ ਇਕ ਅੰਕੜੇ ਨੂੰ ਸੂਚੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿਚ ਇਕੱਤਰ ਕਰਨ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਤਸਵੀਰਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਚ ਵੀ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਿਰਮਾਣ ਕੀਤੇ ਹੋਏ ਗ੍ਰਾਫੀਕਲ ਦਰਿਸ਼ ਤੋਂ ਵੀ ਵਰਗ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਬਾਰੇ ਸਭ ਤੋਂ ਸੌਖੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਪਤਾ ਲਗਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਗ੍ਰਾਫ਼ੀਕਲ ਦਰਿਸ਼ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਢੰਗ ਕੁਝ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹਿਸਟੋਗ੍ਰਾਮ, ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਪਾਲੀਗਨ ਅਤੇ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵਕ੍ਰ।

2.1.7 ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਸੂਚੀ (ਸੁਝਾਏ ਪ੍ਰਸ਼ਨ) :

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਸਾਰਣੀ ਤੋਂ ਇਕ ਹਿਸਟੋਗ੍ਰਾਮ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰੋ :

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ (Class Interval) (C.I.)	**ਆਵ੍ਰਿਤੀ** (Frequency) (f)
51 – 55	1
46 – 50	1
41 – 45	2
36 – 40	5
31 – 35	7
26 – 30	6
21 – 25	5
16 – 20	3
11 – 15	1

2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਸਾਰਣੀ ਤੋਂ ਇਕ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਪਾਲੀਗਨ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰੋ :

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ (Class Interval) (C.I.)	**ਆਵ੍ਰਿਤੀ** (Frequency) (f)
60 – 64	1
55-59	1
50 – 54	3
45 – 49	4
40 – 44	6
35 – 39	7
30 – 34	13
25 – 29	6
20 – 24	8
15 – 19	2

3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਸਾਰਣੀ ਤੋਂ ਇਕ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵਕ੍ਰ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰੋ :

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ (Class Interval) (C.I.)	**ਆਵ੍ਰਿਤੀ** (Frequency) (f)
90 – 94	1
85 – 89	2
80 – 84	4
75 – 79	5
70 – 74	8
65 – 69	10
60 – 64	6
55 – 59	4
50 – 54	4
45 – 49	2
40 – 44	3
35 - 39	1

4. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਸਾਰਣੀ ਤੋਂ ਇੱਕ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵਕ੍ਰ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰੋ :

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ (Class Interval) (C.I.)	**ਆਵ੍ਰਿਤੀ** (Frequency) (f)
100- 109	1
90 – 99	2
80 – 89	4
70 – 79	6
60 – 69	5
50 – 59	10
40 – 49	8
30 – 39	5
20 – 29	4
10 – 19	3
0 – 9	1

2.1.8 ਸੁਝਾਈਆਂ ਪੁਸਤਕਾਂ :

Aggarwal, B.L. : Basic Statistics, Newage Publication

Garrett, H.E. : Statistics in Psychology and Education, Bombay Vakils, Feffer and Simons Ltd.

Gupta, O.P. : Mathematical Statistics, Kedarnath, Ramnath & Co.

ਪਾਠ ਨੰ: 2.2

ਲੇਖਕ : ਡਾ. ਐਸ.ਕੇ. ਬਾਵਾ
ਅਨੁਵਾਦਕ : ਡਾ. ਡੋਲੀ ਮਾਂਗਟ

ਕੇਂਦਰ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦੇ ਮਾਪ : ਮੱਧਮਾਨ, ਮੱਧਿਅਕਾ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ

ਪਾਠ ਦਾ ਢਾਂਚਾ

2.2.1 ਉਦੇਸ਼ :

ਇਹ ਪਾਠ ਪੜ੍ਹਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਜਾਣੂ ਹੋਣਗੇ :

(1) ਕੇਂਦਰ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦਾ ਕੀ ਭਾਵ ਹੈ।
(2) ਸੰਗਠਿਤ ਤੇ ਅਸੰਗਠਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਕਿਵੇਂ ਕੱਢਣ ਹੈ।
(3) ਸੰਗਠਿਤ ਤੇ ਅਸੰਗਠਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਅਕਾ ਕਿਵੇਂ ਕੱਢਣੀ ਹੈ।
(4) ਬਹੁਲਕ ਕਢਣਾ ਤੇ ਉਸ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨਾ।

2.2.2 ਭੂਮਿਕਾ :

ਅੰਕੜੇ ਵਿਅਕਤੀਗਤ ਤੌਰ ਤੇ ਅਤੇ ਸਮੂਹਿਕ ਤੌਰ ਤੇ ਦੋਵੇਂ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਤੋਂ ਇਕੱਠੇ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਕਿਸੇ ਇਕ ਵਿਅਕਤੀ ਜਾਂ ਪੂਰੇ ਸਮੂਹ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਵਧੀਆ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਮਾਪ ਦੇ ਸਕੇਲਾਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ :

ਕ੍ਰਮਸੂਚਕ ਪੈਮਾਨੇ (nominal), ਨਾਮਕ ਪੈਮਾਨੇ (ordinal), ਅੰਤਰਾਲ ਪੈਮਾਨੇ (Interval) ਅਤੇ ਅਨੁਪਾਤ ਪੈਮਾਨੇ (ratio)

ਇਹ ਇਕ ਪੈਮਾਨੇ ਤੋਂ ਦੂਸਰੇ ਪੈਮਾਨੇ ਵਿਚ ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਆਸਾਨ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਕੇਂਦਰ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦੇ ਮਾਪ ਔਸਤ ਨੂੰ ਸਾਰੇ ਗਰੁੱਪ ਦੀ ਹੀ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਵਸ਼ਿਸ਼ਟ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਨੂੰ ਹੀ ਗਰੁੱਪ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਮੰਨਦੇ ਹਨ। ਕੇਂਦਰ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਨੂੰ ਸਾਰੇ ਗਰੁੱਪ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਸਕੋਰਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਮੰਨਦੇ ਹਨ। ਅੰਕੜੇ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਲਈ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਬਹੁਤ ਆਮ ਗੱਲ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਅੰਕੜੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਹੋਰਾਂ ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਘੱਟ ਗੁੰਝਲਾਂ ਪੈਦਾ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਸਾਰੇ ਅੰਕੜੇ ਯਾਦ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਸਾਰੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਮੁਮਕਿਨ ਹੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀਆਂ ਗੁੰਝਲਾਂ ਨੂੰ ਦੂਰ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਆਪਸ ਵਿਚ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ ਹੀ ਔਸਤ ਦਾ ਕੰਮ ਹੈ। ਇਹ ਔਸਤ ਸਾਰੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਕਰਦੀ ਹੈ।

ਵੱਖ-ਵੱਖ ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਨੇ ਸਮੇਂ-ਸਮੇਂ ਤੇ ਔਸਤ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦਿੱਤੀ ਹੈ।

J.P. Guilford ਦੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, "An average is a central value of a group of observations or individuals."

Clark ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ, "Average is an attempt to find one single figure to describe whole of figure".

ਕੇਂਦਰ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦੇ ਮਾਪ ਤਿੰਨ ਕਿਸਮ ਦੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ : (1) ਮੱਧਮਾਨ (2) ਮੱਧਿਅਕਾ ਅਤੇ (3) ਬਹੁਲਕ।

2.2.3 ਮੱਧਮਾਨ (Mean) :

ਮੱਧਮਾਨ ਉਹ ਮਾਪ ਹੈ ਜੋ ਕਿਸੇ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਔਸਤ ਮਾਪ ਦੱਸਦੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਪੰਜ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨੇ ਆਪਣੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ 25,10,16,24 ਅਤੇ 30। ਇਨ੍ਹਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਮੁੱਲ ਇਹ ਹੋਵੇਗਾ।

$$\frac{25+10+16+24+30}{5}=\frac{105}{5}=21$$

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਮੱਧਮਾਨ ਕਿਸੇ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੇ ਸਾਰਿਆਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

2.2.3.1 ਅਣਸੰਗਠਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ (Ungrouped Data) ਤੋਂ ਮੱਧਮਾਨ ਕੱਢਣਾ :

ਜਦੋਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ ਮੱਧਮਾਨ ਕੱਢ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਦੋ ਪ੍ਰਕਾਰ ਨਾਲ ਕੱਢਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। (1) ਸਿੱਧੀ ਵਿਧੀ (Direct Method) (2) ਸੁਖਾਲੀ ਵਿਧੀ (Short-Cut Method)

(1) ਸਿੱਧੀ ਵਿਧੀ (Direct Method) : ਸਿੱਧੀ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲੰਬੀ ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਨੰਬਰਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਗਿਣਤੀ ਤੇ ਵੰਡ ਕਰਕੇ ਔਸਤ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਣ : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਕੱਢੋ :

12, 14, 18, 24, 20, 15, 13, 22, 26, 30

ΣX=12,+14+18+24+20+15+13+22+26+30 = 194

N = 10

$$\text{Mean (M)} = \frac{\Sigma x}{N} = \frac{194}{10} = 19.4$$

ਇੱਥੇ Σ ਯੂਨਾਨੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦਾ ਅੱਖਰ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਸਿਗਮਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਜੋੜ ਦੱਸਣ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। X ਕੱਚੇ ਅੰਕਾਂ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

X = ਅੰਕ

N = ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ

M = ਔਸਤ ਜਾਂ ਮੱਧਮਾਨ

(2) ਸੁਖਾਲੀ ਵਿਧੀ (Short Cut Method) :

ਕਿਸੇ ਵੀ ਅੰਕ ਨੂੰ ਮੱਧਮਾਨ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ ਉਸ ਨਾਲ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾਂ ਕਰਕੇ ਆਸਾਨ ਮੱਧਮਾਨ ਕੱਢਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰਨ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਫਾਰਮੂਲੇ ਨੂੰ ਵਰਤਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$$\text{Mean} = \text{A.M} + \frac{\Sigma d}{N}$$

ਇਥੇ A.M. = ਮੰਨਿਆ ਹੋਇਆ ਮੱਧਮਾਨ

Σ = ਸਿਗਮਾ, ਜਿਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਕੁਲ ਜੋੜ

d = ਕਿਸੇ ਵੀ ਅੰਕ ਦਾ ਵਿਚਲਨ ਮੰਨੇ ਗਏ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ।

N = ਕੁਲ ਜੋੜ

ਉਦਾਹਰਣ : ਇਕ ਸੈਂਪਲ ਤੋਂ 10 ਲੜਕਿਆਂ ਦਾ ਬੌਧਿਕ ਮਾਪ ਲਿਆ ਗਿਆ ਜੋ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ।

70, 120, 110, 101, 88, 83, 95, 98, 105, 100

ਵਿਆਖਿਆ : ਇਸ ਉਦਾਹਰਣ ਵਿੱਚ ਅੰਕੜੇ 70 ਤੋਂ 120 ਤੱਕ ਹਨ। 95 ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਕੀਮਤ ਹੈ। 70 ਤੇ 120 ਨੂੰ ਮੰਨਿਆ ਹੋਇਆ ਮੱਧਮਾਨ ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ A.M. = 95 ਵਿਚਲਨ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਵਿਚਲਨ ਦਾ ਮਾਪ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

Table : 2.1 Computation of Mean (Short-cut Method)

Sr. No.	I.Q (X)	Deviations from A.M. = 95 D=(X-A.M.)
1	70	-25
2	120	25
3	110	15
4	101	6
5	88	-7
6	83	-12
7	95	0
8	98	3
9	105	10
10	100	5
		$\Sigma d = 20$

$$\text{Mean} = \text{A.M} + \frac{\Sigma d}{N}$$

$$= 95 + \frac{20}{10} = 95 + 2 = 97$$

Mean = 97

2.2.3.2 ਸੰਗਠਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ (Grouped data) ਤੋਂ ਮੱਧਮਾਨ ਕੱਢਣਾ :

ਜਦੋਂ ਅੰਕੜੇ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਣ ਤਾਂ ਮੱਧਮਾਨ ਕੱਢਣ ਲੱਗਿਆਂ ਬਹੁਤ ਸਮਾਂ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਤੇ ਹਿਸਾਬ ਕਿਤਾਬ ਕਰਨਾ ਸੌਖਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਇਸ ਹਾਲਤ ਵਿਚ ਸੰਖੇਪ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਮੱਧਮਾਨ ਕੱਢਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ :

ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸੰਗਠਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਕੱਢੋ।

ਅੰਤਰਾਲ	ਆਵ੍ਰਿਤੀ	ਵਿਚਲਨ		
(ci)	(f)	(x)	(fx)	
35-39	5	3	15	
30-34	6	2	12	
25-29	9	1	9	= 36
20-24	11	0	0	
15-19	8	-1	-8	
10-14	7	-2	-14	= -42
5-9	4	-3	-12	
0-4	2	-4	-8	
	N=52		Σfx = -6	

ਮੱਧਮਾਨ $= A.M. + \frac{\Sigma fx}{N} \times i$

ਮੱਧਮਾਨ $= 22.0 + \frac{-6}{52} \times 5$

ਮੱਧਮਾਨ = 22.0 – .57 = 21.43

ਜਿੱਥੇ

Σ	=	ਸਿਗਮਾਂ (ਕੁੱਲ ਜੋੜ)
f	=	ਆਵ੍ਰਿਤੀ
x	=	ਵਿਚਲਨ
N	=	ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦਾ ਜੋੜ
I	=	ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਲੰਬਾਈ

ਪਦ 1. ਜੇ ਅੰਕੜੇ ਸੰਗਠਤ ਨਾ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸੰਗਠਤ ਕਰਨ ਲਈ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਸਾਰਣੀ ਬਣਾਉ ਅਤੇ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ। ਨੀਵੇਂ ਅੰਕ ਹੇਠ ਰੱਖੋ।

ਪਦ 2. ਮਿਥੀ ਮੱਧਮਾਨ ਕੱਢਣ ਲਈ ਅੰਤਰਾਲ ਦਾ ਵਿਚਲਾ ਬਿੰਦੂ ਲਵੋ (ਜਿਵੇਂ ਅੰਤਰਾਲ 20–24 ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ 20,21,22,23,24 ਵਿਚਲਾ ਸਕੋਰ = 22.0)

ਪਦ 3 ਉਪਰਲੀ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਤੀਜੇ ਖਾਨੇ ਵਿੱਚ, ਜਿਸ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਮਿੱਥੀ ਮੱਧਮਾਨ ਹੋਵੇ, ਉਸ ਅੱਗੇ 0 ਲਗਾਉ ਕਿਉਂਕਿ ਉਥੇ ਮਿਥੀ ਮੱਧਮਾਨ ਦਾ ਅੰਤਰ 0 ਮੰਨਿਆ ਜਾਵੇਗਾ। ਉਚੇ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵੱਲ ਵਧਾਂਗੇ, ਇਹ ਅੰਤਰ ਵੀ ਵੱਧਦਾ ਜਾਵੇਗਾ।

ਪਦ 4 ਚੌਥੇ ਖਾਨੇ fx (ਆਵ੍ਰਿਤੀ × ਵਿਚਲਨ) ਵਿੱਚ ਦੂਜੇ ਖਾਨੇ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾਂ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ : 5 × 3 = 15, 6 × 2 = 12 ਆਦਿ)

ਪਦ 5 ਸਾਰੀਆਂ ਧਨਾਤਮਕ ਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਜਮ੍ਹਾਂ ਕਰੋ ਤੇ ਫਿਰ ਉਹਨਾਂ ਦੋਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕੱਢੋ। ਜਿਵੇਂ ਉਪਰ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਣ ਵਿੱਚ + 36 ਤੇ –42 ਰਿਣਾਤਮਕ ਤੇ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਇਕ ਦੂਜੇ ਵਿੱਚ ਜੋੜਨ ਨਾਲ –6 ਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਕਿ fx ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ।

ਪਦ 6 ਸਾਰੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਖੇਪ ਵਿਧੀ ਦੇ ਫਾਰਮੂਲੇ ਵਿੱਚ ਲਗਾ ਕੇ ਮੱਧਮਾਨ ਰੱਖ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

2.2.4 ਮੱਧਮਾਨ ਦੇ ਗੁਣ ਤੇ ਔਗੁਣ :

2.2.4.1 ਗੁਣ :

1. ਇਸ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ ਤੇ ਇਸ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨੀ ਸੌਖੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
2. ਇਹ ਸਾਰਿਆਂ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਕੱਢਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
3. ਅਗਲੇਰੀ ਗਣਿਤਕ ਕਾਰਵਾਈ ਦੇ ਅਨੁਕੂਲ ਹੈ।
4. ਵੰਨਗੀਆਂ ਦੀ ਤਬਦੀਲੀ ਦਾ ਅਸਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

2.2.4.2 ਔਗੁਣ :

1. ਵੱਡੇ ਜਾਂ ਛੋਟੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਵੀ ਇਸ ਤੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।
2. ਗਰਾਫ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਕੱਢਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ, ਨਾ ਹੀ ਅੰਦਾਜ਼ੇ ਨਾਲ ਕੱਢਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
3. ਜੇ ਇੱਕ ਵੀ ਅੰਕੜਾ (Score) ਗੈਰਹਾਜ਼ਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਮੱਧਮਾਨ ਕੱਢਿਆ ਹੀ ਨਹੀਂ ਜਾ ਸਕਦਾ।

2.2.5 ਸਵੈ-ਮੁਲਾਂਕਣ :

(1) ਮੱਧਮਾਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰੀਭਾਸ਼ਤ ਕਰੋ ਤੇ ਇਸ ਦੇ ਗੁਣ ਦੱਸੋ?

(2) ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਮੱਧਮਾਨ ਕਢੋ।

C-I =	50-54,	55-59,	60-64,	65-69,	70-74,	75-79,	80-84.
Frequency =	5,	8,	17,	26,	13,	12,	9.

2.2.6 ਮੱਧਿਅਕਾ :

ਜਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੇ ਉਸ ਨੂੰ ਮੱਧਿਅਕਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਅੱਧੇ ਅੰਕ ਮੱਧਿਅਕਾ ਦੇ ਉਪਰ ਤੇ ਅੱਧੇ ਮੱਧਿਅਕਾ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ 10, 11,12,14, 15 ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 12 ਮੱਧਿਅਕਾ ਹੈ। ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉਪਰ ਦਿੱਤੇ ਦੋ ਹੇਠਾਂ ਹਨ।

2.2.6.1 ਅਸੰਗਠਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਅਕਾ (Ungrouped data) :

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕੰਮ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਚੜ੍ਹਦੇ ਕ੍ਰਮ ਜਾਂ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਤਰਤੀਬਵਾਰ ਲਿਖਣਾ ਹੈ ਜੇ ਇਸ ਲੜੀ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਟੌਂਕ ਹਨ ਤਾਂ ਮੱਧਿਅਕਾ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਵਿਚਲੀ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇਗੀ। ਜੇ ਜਿਸਤ (even) ਹਨ ਤਾਂ ਸੰਖਿਆ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਢੰਗਾਂ ਨਾਲ ਕੱਢੀ ਜਾਵੇਗੀ:

$$\text{ਮੱਧਿਅਕਾ} = \frac{\text{ਵਿਚਲੀਆਂ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ}}{2}$$

ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ : **14, 20, 15, 12, 10**

ਕ੍ਰਮ ਅਨੁਸਾਰ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ

10, 12, 14, 15, 20

ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਸੰਖਿਆ = 14

ਇਸ ਲਈ ਮੱਧਿਅਕਾ = 14

ਜੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਿਸਤ (even) ਹੋਣ

ਜਿਵੇਂ **10, 12, 13, 14, 15, 20**

ਮੱਧਿਅਕਾ $= \frac{13+14}{2} = \frac{27}{2} = 13.5$

ਕਿਉਂਕਿ 13 ਅਤੇ 14 ਵਿਚਕਾਰਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

2.2.6.2 ਸੰਗਠਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਮੱਧਿਅਕਾ (Grouped Data) :

ਜਦੋਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਸੰਗਠਿਤ ਹੋਣ ਤਾਂ ਮੱਧਿਅਕਾ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਕੱਢੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਅੰਤਰਾਲ	ਆਵ੍ਰਿਤੀ	ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ
(ci)	(f)	(cf)
35-40	2	40
30-34	5	38
25-29	7	33
20-24	10	26
15-19	9	16
10-14	4	7
5-9	0	3
0-4	3	3
	N = 40	

ਮੱਧਿਅਕਾ = ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾਂ +

$$\frac{\text{ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਜੋੜ} / 2 - \text{ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਜਿਹੜੀ ਮੱਧਿਅਕਾ ਵਾਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਵਾਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਹੋਵੇ}}{\text{ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਮੱਧਿਅਕਾ ਹੋਵੇ}} \times \text{ਅੰਤਰਾਲ ਦਾ ਆਕਾਰ}$$

ਜਾਂ $\text{Median} = \text{Lower limit} + \left[\frac{N/2 - cf}{Fm}\right] i$

ਜਿੱਥੇ 1.1 = ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾਂ ਜਿਸ ਵਿਚ ਮੱਧਿਕਾ ਹੋਵੇ

N/2 = ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੱਧ

Fm = ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਮੱਧਿਅਕਾ ਹੋਵੇ

cf = ਸੰਚਿਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਜਿਹੜੀ ਮੱਧਿਅਕਾ ਦੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਵਾਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਉਪਰ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਣ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ।

Lower limit = 19.5
Fm = 10
F = 16
i = 5

ਮੱਧਿਅਕਾ $= 19.5 + \left[\frac{20-16}{10}\right] \times 5$

$= 19.5 + 2.0$

$= 21.5$

2.2.6.3 ਮੱਧਿਅਕਾ ਦੀ ਗਣਨਾ :

ਪਦ 1 ਤੀਜੇ ਖਾਨੇ ਵਿੱਚ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ। ਹਰ ਇੱਕ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ ਉਸ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਲਿਖੋ। ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦੀ ਗਣਨਾ ਹੇਠਾਂ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ ਜਿਵੇਂ 4+3=7 ਇਸ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਤੋਂ ਦੂਜੀ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਲਿਖੋ, ਇੰਜ ਉਪਰ ਤੱਕ ਸੰਚਤ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਲਿਖਦੇ ਜਾਓ।

ਪਦ 2 ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਜੋੜ 40 ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਵੰਡੋ $\frac{40}{2} = 20\left[\frac{N}{2}\right]$

ਪਦ 3 ਇਸ 20 ਨੂੰ ਜੋ ਮਿੱਥੀ ਗਈ ਮੱਧਿਅਕਾ ਹੈ, ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਾਲੇ ਖਾਨੇ ਵਿੱਚ ਦੇਖੋ, ਇਹ 26 ਵਿੱਚ ਆਏਗਾ ਤੇ ਉਸ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਅੰਤਰਾਲ 20–24 ਹੈ। ਜਿਸ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ 19.5 ਹੈ।

ਪਦ 4 ਜਿਸ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਮੱਧਿਅਕਾ ਹੋਵੇ ਉਸ ਦੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦੇਖੋ। ਜਿਵੇਂ ਇੱਥੇ 20–24 ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਆਵ੍ਰਿਤੀ 10 ਹੈ।

ਪਦ 5 ਇਸ ਅੰਤਰਾਲ 20–24 ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦੇਖੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਪਰ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਣ ਵਿੱਚ 20–24 ਅੰਤਰਾਲ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਮੱਧਿਅਕਾ ਹੈ, ਦਾ ਹੇਠਾਂ ਵਾਲਾ ਅੰਤਰਾਲ 15–19 ਹੈ ਤੇ ਉਸ ਦੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ 16 ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਫਾਂ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਪਦ 6 ਅੰਤਰਾਲ ਦਾ ਪਸਾਰ 5 ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਸਾਰੇ ਉਪਰ ਦਿੱਤੇ ਮੁਲਾਂ ਨੂੰ ਫਾਰਮੂਲੇ ਵਿੱਚ ਲਗਾ ਕੇ ਮੱਧਿਅਕਾ ਕੱਢੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

2.2.7 ਮੱਧਿਅਕਾ ਦੇ ਗੁਣ ਤੇ ਔਗੁਣ :

2.2.7.1 ਗੁਣ :

(1) ਇਸ ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਰਨੀ ਔਖੀ ਹੈ।
(2) ਸਿਰੇ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਇਸ ਦੇ ਮੁੱਲ ਤੇ ਕੋਈ ਅਸਰ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦਾ।
(3) ਗਰਾਫ਼ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਜਾਂ ਅੰਦਾਜ਼ੇ ਨਾਲ ਵੀ ਕੱਢਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

2.2.7.2 ਔਗੁਣ :

(1) ਇਸ ਨੂੰ ਕੱਢਣ ਲਈ ਹਰੇਕ ਅੰਕੜੇ ਨੂੰ ਵਰਤਿਆ ਨਹੀਂ ਜਾਂਦਾ।
(2) ਅਗਲੇਰੇ ਗਣਿਤਾਤਮਕ ਢੰਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਲਈ ਅਨੁਕੂਲ ਨਹੀਂ ਹੈ।
(3) ਛੋਟੀ ਵੰਨਗੀ ਵਿੱਚ ਘੱਟ ਸੰਤੁਲਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

2.2.8 ਬਹੁਲਕ :

ਬਹੁਲਕ ਉਹ ਮੁੱਲ ਹੈ ਜੋ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਵਾਰ-ਵਾਰ ਆਵੇ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ 13, 15, 15, 18, 14, 12, 12, 12, 16, 19 ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ 12 ਅਜਿਹਾ ਮੁੱਲ ਹੈ ਜੋ ਹੋਰਨਾਂ ਅੰਕਾਂ ਨਾਲੋਂ ਵੱਧ ਵਾਰ ਆਇਆ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ 12 ਬਹੁਲਕ ਹੈ।

ਅਸੰਗਠਿਤ ਰਕਮਾਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਬਹੁਤ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਕੱਢਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ - ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਪਰ ਦਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਪਰ ਜੇ ਅੰਕੜੇ ਗਠਿਤ ਹੋਣ ਤਾਂ ਬਹੁਲਕ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਕੱਢਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(1) 3 ਮੱਧਿਅਕਾ - ਬਹੁਲਕ = 2 ਮੱਧਮਾਨ] ਬਹੁਲਕ = 3 ਮੱਧਿਅਕਾ - 2 ਮੱਧਮਾਨ

(2) ਬਹੁਲਕ $= l.l. + \frac{f_0 - f_1}{2f_0 - f_1 - f_2} \times i$

ਜਿਥੇ $l.l.$ ਅਤੰਰਾਲ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾਂ

i = ਅੰਤਰਾਲ ਦਾ ਪਸਾਰ ਜਾਂ ਲੰਬਾਈ

f_o = ਆਵ੍ਰਿਤੀ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਬਹੁਲਕ ਹੋਵੇ

f_1 = ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਬਹੁਲਕ ਹੋਵੇ, ਉਸ ਤੋਂ ਹੇਠਲੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ

f_2 = ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਬਹੁਲਕ ਹੋਵੇ, ਉਸ ਤੋਂ ਉਪਰਲੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ

ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ :

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	ਆਵ੍ਰਿਤੀ
70-79	1
60-69	8
50-59	10
40-49	5
30-39	6
20-29	4
10-19	3
0-9	3

$$= l.l. + \frac{f_0 - f_1}{2f_0 - f_1 - f_2} \times i$$

ਬਹੁਲਕ $= 49.5 + \frac{10 - 5}{2 \times 10 - 5 - 8} \times 10$

= 49.5 + 7.1

= 56.6

2.2.8.1 ਬਹੁਲਕ ਦੀ ਗਣਨਾ :

ਪਦ 1 ਉਸ ਅੰਤਰਾਲ ਦਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਾਰਿਆਂ ਨਾਲੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਹੋਣ। ਉਸ ਦੇ ਅੰਤਰਾਲ ਨੂੰ ਬਹੁਲਕ ਦਾ ਅੰਤਰਾਲ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਦਾਹਰਣ ਵਿੱਚ ਜ਼ਿਆਦਾ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ 10 ਹਨ ਤੇ ਅੰਤਰਾਲ 50-59 ਹੈ, ਜਿਸ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾਂ 49.5 ਹੈ।

ਪਦ 2 ਬਹੁਲਕ ਵਾਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀਆਂ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਨੂੰ f_0 ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਤੇ ਉਸ ਤੋਂ ਉਪਰ ਵਾਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀਆਂ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ (8) ਨੂੰ f_2 ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਤੇ ਉਸ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਵਾਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀਆਂ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ (5) ਨੂੰ f_1 ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਪਦ 3 ਸਾਰੇ ਮੁੱਲਾਂ ਨੂੰ ਉਪਰ ਦੱਸੇ ਗਏ ਫਾਰਮੂਲੇ ਵਿੱਚ ਲਗਾ ਕੇ ਬਹੁਲਕ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ।

2.2.9 ਬਹੁਲਕ ਦੇ ਗੁਣ ਤੇ ਦੋਸ਼ :

2.2.9.1 ਬਹੁਲਕ ਦੇ ਗੁਣ :

(1) ਇਸ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ ਤੇ ਗਣਨਾ ਕਰਨਾ ਸੌਖਾ ਹੈ।

(2) ਇਸ ਨੂੰ ਅੰਦਾਜ਼ੇ ਨਾਲ ਗਰਾਫ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਲੱਭਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(3) ਸਿਰੇ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਕੋਈ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦਾ।

2.2.9.2 ਬਹੁਲਕ ਦੇ ਔਗੁਣ :

(1) ਸਾਰੇ ਸਕੋਰਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਨਹੀਂ ਕੱਢਿਆ ਜਾਂਦਾ।

(2) ਅਗਲੇਰੀ ਗਣਿਤਕ ਕਾਰਵਾਈ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਦੇ ਅਨੁਕੂਲ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(3) ਜੇ ਵੰਨਗੀ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਆਉਣ ਤਾਂ ਬਹੁਲਕ ਤੇ ਵੀ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।

ਨੋਟ : ਕਦੇ-ਕਦੇ ਕਿਸੇ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਇਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਹੁਲਕ ਵੀ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਜਿਵੇਂ

(1) 5,7,7,8,10,12,12,15 (ਇਸ ਨੂੰ ਦੋ ਬਹੁਲਕ ਵੰਡ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ)

(2) 2,4,4,4,6,7,8,8,8,9,10,10 (ਇਸ ਨੂੰ ਤਿੰਨ-ਬਹੁਲਕ ਵੰਡ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।)

2.2.10 ਮੱਧਮਾਨ, ਮੱਧਿਅਕਾ ਤੇ ਬਹੁਲਕ ਦੀ ਵਰਤੋਂ :

2.2.10.1 ਮੱਧਮਾਨ :

(1) ਜਦੋਂ ਵੰਡ ਸਮਾਨ (Normal) ਹੋਵੇ।

(2) ਜਦੋਂ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ ਜਾਂ ਸਹਿਸੰਬੰਧ ਆਦਿ ਇਸ ਮਾਪ ਤੋਂ ਕੱਢਣਾ ਹੋਵੇ।

(3) ਜਦੋਂ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦੇ ਮਾਪ ਕੱਢਣ ਲਈ ਹਰ ਅੰਕ ਦਾ ਭਾਰ (weightage) ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

2.2.10.2 ਮੱਧਿਅਕਾ :

(1) ਜਦੋਂ ਮੱਧ ਤੇ ਜਲਦੀ ਕੱਢਣ ਵਾਲਾ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਤੀ ਦਾ ਮਾਪ ਚਾਹੀਦਾ ਹੋਵੇ।

(2) ਜਦੋਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਵੰਡ ਕੁੱਬੀ (skewed) ਹੋਵੇ।

(3) ਜਦੋਂ ਅੰਕੜਾ ਵੰਡ ਅਪੂਰਣ ਹੋਵੇ।

2.2.10.3 ਬਹੁਲਕ :

(1) ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਚੱਲਿਤ ਰਿਵਾਜ਼ ਜਾਂ ਹੋਂਦ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਉਣਾ ਹੋਵੇ।

(2) ਜਦੋਂ ਜਲਦੀ ਤੇ ਖਾਸ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਤਰੀ ਦਾ ਮਾਪ ਕੱਢਣਾ ਹੋਵੇ।

2.2.11 ਸਾਰ :

ਕੇਂਦਰ ਪ੍ਰਵਿਤਰੀਆਂ ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਵਰਤੋਂ ਵਿਚ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀਆਂ ਗੁੰਝਲਾਂ ਤੋਂ ਰਾਹਤ ਦਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਸਾਰੇ ਅੰਕੜੇ ਯਾਦ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਲਈ ਔਸਤ ਹੀ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਕਰਕੇ ਇਸ ਦੀਆਂ ਉਲਝਣਾਂ ਸੁਲਝਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਔਸਤ ਸਾਰੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਸਾਰੀਆਂ ਓਬਜ਼ਰਵੇਸ਼ਨਜ਼ (observations) ਉਤੇ ਨਿਰਭਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਸੈਂਪਲਿੰਗ ਦੇ ਉਤਰਾਅ ਚੜਾਅ ਨੂੰ ਵੀ ਸਥਿਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਮੱਧਮਾਨ, ਮਧਿਅਕਾ ਤੇ ਬਹੁਲਕ ਇਹ ਤਿੰਨੇ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਤਰੀ ਦੇ ਮਾਪ

ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸੰਗਠਤ ਤੇ ਅਸੰਗਠਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਉੱਤੇ ਵਰਤ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਮਧਮਾਨ ਉਹ ਮਾਪ ਹੈ ਜੋ ਕਿਸੇ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਮਾਪ ਦਸਦੀ ਹੈ। ਜਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੇ ਉਸ ਨੂੰ ਮਾਧਿਅਕਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਉਹ ਮੁੱਲ ਹੈ ਜੋ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਸਾਰਣੀ ਵਿਚ ਵਾਰ ਵਾਰ ਆਵੇ।

2.2.12 ਸੁਝਾਏ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :

(1) ਮੱਧਮਾਨ, ਮੱਧਿਅਕਾ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਦੀ ਪ੍ਰੀਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਕੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਗੁਣ ਤੇ ਦੋਸ਼ ਲਿਖੋ?

(2) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਸਾਰਣੀ ਤੋਂ ਮੱਧਮਾਨ, ਮੱਧਿਅਕਾ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ –

(ੳ)

ਅੰਤਰਾਲ	ਆਵ੍ਰਿਤੀ
90-99	1
80-89	3
70-79	5
60-69	10
50-59	25
40-49	9
30-39	7
20-29	7
10-19	3
	70

(ਅ)

ਅੰਤਰਾਲ	ਆਵ੍ਰਿਤੀ
40-44	1
35-39	2
30-34	8
25-29	10
20-24	19
15-19	11
10-14	6
5 - 9	3
0 - 4	1
	61

(ੲ)

ਅੰਤਰਾਲ	ਆਵ੍ਰਿਤੀ
90-99	5
80-89	10
70-79	15
60-69	20
50-59	25

40-49	15
30-39	8
20-29	7
10-19	5
	110

(3) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਸਾਰਣੀ ਤੋਂ ਮੱਧਮਾਨ, ਮੱਧਿਅਕਾ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਅੰਤਰਾਲ	ਆਵ੍ਰਿਤੀ
140-149	4
140-149	6
140-149	10
140-149	18
140-149	9
140-149	3
	50

(4) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀਆਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦੱਸੋ।

ਅੰਕ	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ਆਵ੍ਰਿਤੀ	2	2	6	18	31	22	15	12	6	3	2	1

2.2.13 ਸੁਝਾਈਆਂ ਪੁਸਤਕਾਂ :

ਗੈਰਟ, ਐਚ. ਈ : ਸਟੈਟਿਸਟਿਕਸ ਇਨ ਸਾਈਕੋਲੋਜੀ ਐਂਡ ਐਜੂਕੇਸ਼ਨ

ਗਿਲਫਰਡ, ਜੇ.ਪੀ. : ਫੰਡਾਮੈਂਟਿਨ ਸਟੈਟਿਯਟਿਕਸ ਇਨ ਸਾਈਕੋਲੋਜੀ ਐਂਡ ਐਜੂਕੇਸ਼ਨ

ਦਾਸ, ਆਰ.ਸੀ. ਅਤੇ ਸਿਨਹਾ, ਐਚ.ਸੀ. : ਕਰੀਕੂਲਮ ਐਂਡ ਇਵੈਲਿਊਏਸ਼ਨ

ਸ਼ਰਮਾ, ਟੀ.ਆਰ. : ਫਸਟ ਕੋਰਸ ਇਨ ਸਟੈਟਿਸਟਿਕਸ

ਸ਼ਰਮਾ, ਟੀ.ਆਰ. : ਪ੍ਰਾਰੰਭਿਕ ਸਾਂਖਿਅਕੀ

ਐਮ.ਏ. (ਐਜੂਕੇਸ਼ਨ) ਭਾਗ ਪਹਿਲਾ — ਪਰਚਾ ਤੀਜਾ

ਵਿਦਿਅਕ ਖੋਜ ਦੀ ਵਿਧੀ

ਪਾਠ ਨੰ: 2.3

ਲੇਖਕ : ਡਾ. ਐਸ.ਕੇ. ਬਾਵਾ

ਅਨੁਵਾਦਕ : ਡਾ. ਡੌਲੀ ਮਾਂਗਟ

ਸਿੱਖਿਅਕ ਸਾਂਖਿਅਕਾ : ਖਿਲਾਰ, ਵਿਖੇਪਣ ਜਾਂ ਵੱਖਰਤਾ ਦੇ ਮਾਪ

ਪਾਠ ਦਾ ਢਾਂਚਾ

2.3.1 ਉਦੇਸ਼ :

ਇਹ ਪਾਠ ਇਹਨਾਂ ਉਦੇਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੇਗਾ :

(1) ਵਿਖੇਪਣ ਬਾਰੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨੂੰ ਜਾਣੂ ਕਰਾਉਣਾ।

(2) ਵਿਖੇਪਣ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਸਮਾਂ ਬਾਰੇ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਗੁਣ ਤੇ ਦੋਸ਼ਾਂ ਬਾਰੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨੂੰ ਦਸਣਾ।

(3) ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਸਮ ਦੇ ਵਿਖੇਪਣ ਨੂੰ ਕੱਢਣਾ ਅਤੇ ਦਸਣਾ।

2.3.2 ਭੂਮਿਕਾ :

ਔਸਤ ਸਾਨੂੰ ਹਰੇਕ ਸੀਰੀਜ਼ ਦੀ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਕੀਮਤ (Value) ਬਾਰੇ ਦਸਦੀ ਹੈ ਪ੍ਰੰਤੂ ਕੇਂਦਰ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਤੋਂ ਪਰ੍ਹਾਂ ਵੀ ਜਿਹੜੇ ਭਿੰਨ-ਭਿੰਨ ਗੁਛੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਉਹਨਾਂ ਬਾਰੇ ਨਹੀਂ ਦਸਦੀ। ਔਸਤ ਸਾਨੂੰ ਪੂਰੇ ਗਰੁੱਪ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਤੇ ਭਿੰਨਤਾ ਬਾਰੇ ਨਹੀਂ ਦੱਸਦੀ। ਵਿਖੇਪਣ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ "Scatteredness" ਖਿਲਾਰ ਵਿਖੇਪਣ ਸਕੋਰਾਂ ਦਾ ਸਕੋਰ ਸਮੂਹ ਦੇ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਵਿਚਲਨ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਅਰਥਾਤ ਕਿ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਵਿਚਲੇ ਸਕੋਰ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਦੇ ਮੱਧਮਾਨ ਨਾਲੋਂ ਕਿੰਨੇ ਵਿਚਲਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਦਿਓ।

ਸਾਰਣੀ : 1: ਸਕੋਰਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਸੈੱਟ ਸਮਾਨ ਮੱਧਮਾਨ (Means) ਵਾਲੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ।

ਕ੍ਰਮ ਅੰਕ	**ਸੈੱਟ 1**		**ਸੈੱਟ 2**		**ਸੈੱਟ 3**	
1	10		13		19	
2	10		12		16	
3	10		11		13	
4	10	70	10	70	10	70
5	10	- = 10	9	- = 10	7	- = 10
6	10	7	8	7	4	7
7	10		7		1	
ਮੱਧਮਾਨ	10		10		10	

ਸਾਰੇ ਤਿੰਨਾਂ ਸੈਟਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ 10 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਸੈੱਟ ਵਿੱਚ ਵੱਖਰਤਾ ਜਾਂ ਖਲਾਰ ਜਾਂ ਵਿਚਲਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਸੈਟ 1 ਦਾ ਹਰੇਕ ਅੰਕ ਮੱਧਮਾਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸੈਟ 3 ਵਿੱਚ ਸਕੋਰਾਂ ਦਾ ਵਿਖੇਪਨ ਜਾਂ ਵਿਚਲਨ ਸੈਟ 2 ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ। ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਫਾਸਲੇ ਸੈਟ 2 ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਸੈਟ 3 ਵਿੱਚ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹਨ।

ਸੈਟ 1 ਦੇ ਸਕੋਰ ਸਾਰੇ ਮੱਧਮਾਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਸੈਟ 2 ਦੇ ਸਕੋਰ ਸੈੱਟ ਦੇ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਥੋੜ੍ਹੇ-ਥੋੜ੍ਹੇ ਦੂਰ ਹਨ ਪਰ ਸੈੱਟ 3 ਦੇ ਸਕੋਰ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਕਾਫ਼ੀ ਦੂਰ-ਦੂਰ ਹਨ। ਅਰਥਾਤ ਸੈੱਟ 1 ਵਿੱਚ ਵਿਖੇਪਣ ਜਾਂ ਵੱਖਰਤਾ ਹੈ ਹੀ ਨਹੀਂ, ਸੈਟ 2 ਦਾ ਵਿਖੇਪਣ ਸੈਟ 3 ਨਾਲੋਂ ਘੱਟ ਹੈ। ਵਿਖੇਪਣ ਜਾਂ ਵੱਖਰਤਾ ਦੀਆਂ ਪੰਜ ਕਿਸਮਾਂ ਹਨ।

1. ਰੇਂਜ ਜਾਂ ਵਿਸਤਾਰ
2. ਮੱਧਮਾਨ ਵਿਚਲਨ ਜਾਂ ਔਸਤ ਵਿਚਲਨ (A.D.)
3. ਅੱਡਰਤਾ ਜਾਂ ਵੱਖਰਤਾ (Variance)
4. ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਣ (S.D.)
5. ਅਰਥ ਇੰਟਰ-ਕੁਆਰਟਾਈਲ ਰੇਂਜ (Interquartile Range) ਜਾਂ Q

2.3.3 ਰੇਂਜ (Range) ਜਾਂ ਵਿਸਤਾਰ : ਰੇਂਜ ਜਾਂ ਵਿਸਤਾਰ ਸਭ ਤੋਂ ਉਤਲੇ ਅੰਕ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਹੇਠਲੇ ਅੰਕ ਵਿਚਾਲੇ ਫਾਸਲੇ ਨੂੰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਰੇਂਜ = ਸਭ ਤੋਂ ਉਚਾ ਅੰਕ – ਸਭ ਤੋਂ ਹੇਠਲਾ ਅੰਕ ਸਾਰਣੀ 2 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਸੈਟਾਂ ਵਿੱਚ ਰੇਂਜ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਿਮਨ ਅਨੁਸਾਰ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਸੈਟ	ਸਭ ਤੋਂ ਉਚਾ ਅੰਕ	ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਅੰਕ	ਰੇਂਜ
1	10	10	10-10 = 0
2	13	7	13-7 = 6
3	19	1	19-1 = 18

ਵਿਆਖਿਆ : ਸੈਟ 1 : ਸਾਰੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਇਕਾਈਆਂ ਦੇ ਅੰਕ ਫਾਸਲੇ ਅੰਦਰ ਕਵਰ ਕਰ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਸੈਟ 2 : ਸਾਰੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਛੇ ਇਕਾਈਆਂ ਦੇ ਅੰਕ ਫਾਸਲੇ ਦੇ ਅੰਦਰ ਕਵਰ ਕਰ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਸੈਟ 3 : (ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਖੁਦ ਹੀ ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ।)

ਤਕਨੀਕੀ ਤੌਰ ਤੇ ਰੇਂਜ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਉਹ ਫਾਸਲਾ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਹੜਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਅੰਕ ਦੀ ਉਪਰਲੀ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੀਮਾਂ ਵਿਚੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਅੰਕ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੀਮਾ ਘਟਾ ਕੇ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਸੂਤਰ '1' ਤੋਂ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ, ਰੇਂਜ ਕੇਵਲ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਅੰਕ ਨੂੰ ਸਾਹਮਣੇ ਰਖਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਹੋਰਨਾਂ ਨੂੰ ਅੱਖੋਂ ਉਹਲੇ ਕਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਰੇਂਜ ਦੀਆਂ ਨਿਮਨ ਸੀਮਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ—

2.3.3.1 ਸੀਮਾਵਾਂ :

1. ਉਹ ਉਦੋਂ ਵਿਸ਼ਵਾਸ-ਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਜਦੋਂ N ਛੋਟਾ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਜਦੋਂ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ (Frequency distribution) ਵਿੱਚ ਖੱਪੇ ਹੋਣ।
2. ਜੇਕਰ ਸਭ ਤੋਂ ਉਚੇ ਅੰਕ ਦੇ ਮੁੱਲ ਵਿਚ ਜਾਂ ਸਭ ਤੋਂ ਹੇਠਲੇ ਅੰਕ ਦੇ ਮੁੱਲ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਸ ਦੇ ਮੁੱਲ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
3. ਇਹ ਉਨ੍ਹਾਂ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਨਹੀਂ ਦਿੰਦਾ ਜਿਹੜੇ ਸਭ ਤੋਂ ਉਚੇ ਅੰਕਾਂ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਉਂਦੇ ਹੋਣ।
4. ਅਗਲੇਰੇ ਅੰਕੜਾਤਮਕ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਕਰਨੇ ਔਖੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

2.3.3.2 ਲਾਭ : ਰੇਂਜ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਿਮਨ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੀ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਲਾਭਦਾਇਕ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ:

(1) ਜਦੋਂ ਕੇਵਲ ਇਸ ਗੱਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇ ਕਿ ਖਲਾਰ ਦਾ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਅਤੇ ਕੱਚਾ ਜਿਹਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(2) ਜਦੋਂ ਦਿੱਤੀ ਸਮੱਗਰੀ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਮਿਲਦੀ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਬਹੁਤ ਖਿਲਰੀ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਖਲਾਰ ਦਾ ਵਧੇਰੇ ਸਹੀ ਨਾਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਾ ਹੋਵੇ।

(3) ਜਦੋਂ ਕੇਵਲ ਸੀਮਾਵੀ (extreme) ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਭਿੰਨਤਾ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨੀ ਹੋਵੇ।

(4) ਜਦੋਂ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਭਾਰੀ ਉਤਾਰ-ਚੜ੍ਹਾ ਆ ਸਕਦੇ ਹੋਣ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਮਰੀਜ਼ ਦੀ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਸਰੀਰ ਦੇ ਤਾਪ ਨੂੰ ਵੱਧਦਾ ਘੱਟਦਾ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਸਟਾਕ ਦੇ ਮੁੱਲ ਅੰਦਰ ਉਤਾਰ-ਚੜ੍ਹਾ ਆਉਂਦੇ ਹਨ ਜਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਭੂਗੋਲਿਕ ਖੇਤਰ ਅੰਦਰ ਤਾਪਮਾਨ ਵਿੱਚ ਸਲਾਨਾ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਉਤਾਰ-ਚੜ੍ਹਾ ਆਉਂਦੇ ਹਨ।

(5) ਜਦੋਂ ਤੁਰੰਤ ਲੇਖਾ-ਜੋਖਾ ਲਾਉਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਸਮਝਿਆ ਜਾਵੇ।

2.2.4 ਔਸਤ ਵਿਚਲਨ : (Arithmetic Deviation (A.D.)

ਔਸਤ ਵਿਚਲਣ ਕਿਸੇ ਵੀ ਵੰਡ ਅੰਦਰ ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਔਸਤ ਫਾਸਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ + ਜਾਂ - ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਨਾ ਦਈਏ, ਤਾਂ ਇਹ ਸਾਰੇ ਵਿਚਲਨ ਦਾ ਗਣਿਤਕ ਔਸਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਿਚਲਨ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਉਹ ਫਾਸਲਾ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਹੜਾ ਵੰਡ ਦੀ ਔਸਤ ਤੋਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਵਡੇਰੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਵਿਚਲਨ ਨਾਲ ਜਮ੍ਹਾਂ (+) ਦੀ ਨਿਸ਼ਾਨੀ ਲਗਾਈ ਜਾਵੇਗੀ ਅਤੇ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਨਫੀ (–) ਦੀ ਨਿਸ਼ਾਨੀ ਲਗਾਈ ਜਾਵੇਗੀ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਵਿਚਲਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ, ਜਿਹੜੇ ਮੱਧਮਾਨ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ $x = X - M$ (ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਅੰਕ ਦਾ ਵਿਚਲਨ) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਜਿਥੇ X ਮੂਲ ਅੰਕ ਅਤੇ M = ਮੱਧਮਾਨ

$$x = X - M$$

ਗਣਿਤਕ ਔਸਤ ਤੋਂ ਵਿਚਲਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਔਸਤ ਵੀ ਜ਼ੀਰੋ

ਹੋਵੇਗੀ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਖੇਪਣ ਨਿਸ਼ਾਨੀਆਂ ਅਤੇ ਵਿਚਲਣਾਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਨਾ ਦਿੰਦੇ ਹੋਏ ਕੇਵਲ ਵਿਚਲਨਾ ਦੇ ਆਕਾਰ ਹੀ ਸਾਹਮਣੇ ਰੱਖੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਔਸਤ ਵਿਚਲਨ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਸੂਤਰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ:

$$AD = \frac{\sum|x|}{N} \quad X \text{ (ਔਸਤ ਵਿਚਲਨ)}$$

[Σx] - Sx ਵੱਲ ਦੇ ਸੱਜੇ ਖੱਬੇ ਦੋ ਖੜ੍ਹੀਆਂ ਡੰਡੀਆਂ (bars) ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਕਿ +, –, ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਨਹੀਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ।

ਜਿਥੇ Σ = ਜੋੜ (x)= ਵਿਚਲਨ ਨਿਰੋਲ (Absolute) ਮੁੱਲ ਅਤੇ N=ਅੰਕਾਂ ਜਾਂ ਨਿਰੀਖਣਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ।

2.3.5 ਸੰਗਠਿਤ ਤੇ ਅਸੰਗਠਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਔਸਤ ਵਿਚਲਨ ਕੱਢਣਾ :

ਸਾਰਣੀ 3 : ਔਸਤ ਵਿਚਲਨ ਦੀ ਗਿਣਤੀ, ਸਾਰਣੀ 1 ਦੇ ਸੈਟ 2 ਤੋਂ

ਵਿਅਕਤੀ	ਅੰਕ X	ਨਿਸ਼ਾਨੀ ਸਮੇਤ ਵਿਚਲਣ x = X-M ਆਵ੍ਰਿਤੀ	ਬਿਨਾਂ ਨਿਸ਼ਾਨੀ ਤੋਂ ਵਿਚਲਨ X
1.	13	13-10 = +3	3
2.	12	12-10 = +2	2
3.	11	11-10 = +1	1
4.	10	10-10 = 0	0
5.	9	9-10 = - 1	1
6.	8	8-10 = -2	2
7.	7	7-10 = -3	3
	70	0	12

$$M = \frac{70}{7} = 10$$

$\Sigma\ |x|\ =\ 12$
$N = 7$

$$AD = \frac{12}{7} = 1.71$$

ਵਿਆਖਿਆ : ਨਤੀਜੇ ਤੋਂ ਭਾਵ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਅੰਕ ਔਸਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ 1.71 ਬਿੰਦੂ ਵਿਚਲਤ ਹੋਇਆ ਹੈ।

ਇਹ ਤਕਨੀਕ ਭਿੰਨਤਾ ਦਾ ਉਚਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਥਾਈ ਅਨੁਮਾਨ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਸਾਹਮਣੇ ਰਖਦੀ ਹੈ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਗਿਣਨਾ ਆਸਾਨ ਹੋਵੇ। ਪਰ ਇਸ ਵਿੱਚ ਬੀਜ-ਗਣਿਤਕ ਗੁਣ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ (ਵਿਚਲਨ ਦੀ ਨਿਸ਼ਾਨੀ ਜਾਂ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਅੱਖੋਂ ਉਹਲੇ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ) ਅਤੇ ਇਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਹੋਰ ਵਧੇਰੇ ਉਨਤ ਅੰਕੜਾਤਮਕ ਤਕਨੀਕ ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ।

2.3.5.1 ਸੰਗਠਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਔਸਤ ਵਿਚਲਣ ਕਰਨਾ :

ਇਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕਾਲਮ 1 ਵਿੱਚ c.i ਅੰਤਰਾਲ ਤੇ ਕਾਲਮ 2 ਵਿੱਚ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਹਨ, 3 ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਕਾਲਮ 4 c.i's ਜਾਂ fx ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਹੈ, 5 ਕਾਲਮ ਵਿਚ ਲਿਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਪੂਰੀ ਕਾਲਮ-4 deviation ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ। ਕਾਲਮ 6 ਵਿੱਚ ਸੰਪੂਰਨ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਤੇ deviations ਲਿਖੀਆਂ ਹਨ ਜਿਸ ਨੂੰ |fd| ਲਿਖਿਆ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਇਸ ਟੇਬਲ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ।

Table 3.3 Computation of Mean Deviation

		Mid-points		**Absolute deviation**	
C.I.	f	x	f.x	|d|	|fd|
45-49	2	47	94	15	30
40-44	3	42	126	10	30
35-39	5	37	185	5	25
30-34	9	32	288	0	0
25-29	6	27	162	5	30
20-24	4	22	88	10	40
15-19	1	17	17	15	15
	N=30		E fx=960		Σ|fd|=170

$$\text{Mean} = \frac{\Sigma fx}{N} = \frac{960}{30} = 32$$

$$\text{Mean Deviation} = \frac{\Sigma |fd|}{N} = \frac{170}{30} = 5.667$$

2.3.6 ਸਵੈ ਮੁਲਾਂਕਣ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :

(1) ਵਿਸਤਾਰ (range) ਕੀ ਹੈ?

(2) ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ ਕਢੋ :

52, 50, 56, 68, 65, 62, 57, 70

(3) ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਣ ਦਸੋ।

x =	5,	10,	15,	20,	25,	30
f =	2	7	10	15	11	5

2.3.7 ਵਖਰਤਾ ਤੇ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ (Variance & S.D.) :

ਵਧੇਰੇ ਸਥਾਈ ਇੰਡੈਕਸ, ਜਿਹੜਾ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਮੂਹ ਵਿਚਲੇ ਖਿਲਾਰ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਭਿੰਨਤਾ ਅਤੇ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਇਹ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਸੀ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਔਸਤ ਵਿਚਲਨ ਸਿਫਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਵਿਚਲਨ ਦਾ ਵਰਗ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

ਭਿੰਨਤਾ $(\sigma^2) = \dfrac{\Sigma(X-M)^2}{N} = \dfrac{\Sigma x^2}{N}$

Σ = ਕੁੱਲ ਜੋੜ, X = ਅੰਕ

M = ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ, N = ਕੇਸਾਂ ਜਾਂ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ

x^2 = ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਵਿਚਲਨਾਂ ਦਾ ਵਰਗ

σ = ਯੂਨਾਨੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦਾ ਛੋਟਾ ਸਿਗਮਾ ਚਿੰਨ੍ਹ

ਵਿਵਸਥਤ ਵੰਡ ਵਿੱਚ, ਹਰੇਕ ਵਕਫੇ ਲਈ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਮੱਧ-ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਵਿਚਲਨ ਦਾ ਵਰਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸ ਨੂੰ ਉਸ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਹਰੇਕ ਅੰਤਰਾਲ ਲਈ ਇੰਜ ਕਰ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਦੀ ਔਸਤ ਹੀ ਭਿੰਨਤਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਤੱਦ ਸੂਤਰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ :

ਭਿੰਨਤਾ $= (\sigma^2) = \dfrac{\Sigma x^2}{N}$

ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਨੂੰ ਭਿੰਨਤਾ ਤੋਂ, ਉਸ ਦਾ ਵਰਗ-ਮੂਲ ਲੈ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ ਬਾਰੇ ਸੂਤਰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ —

$$\text{SD or} = \sigma = \sqrt{\text{Variance}} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}}$$

σ ਨੂੰ ਸਿਗਮਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ (SD) ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟਾਉਣ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਕੱਢਣ ਲਈ ਵਿਚਲਨਾਂ ਨੂੰ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਮੱਧਿਅਕਾ ਜਾਂ ਬਹੁਲਕ ਤੋਂ ਨਹੀਂ। ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਦਾ ਮੁੱਲ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਜਮ੍ਹਾਂ (+) ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਨੂੰ ਇਸ ਕਰ ਕੇ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਦਾ ਨਾਂ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਵੱਖ ਵੱਖ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਵਿਚਲਨੀ ਮਿਆਰੀ ਇਕਾਈ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।

2.3.8 ਸੰਗਠਿਤ ਅਤੇ ਅਸੰਗਠਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ ਕੱਢਣਾ :

2.3.8.1 ਅਸੰਗਠਤ ਦੱਤ ਸਮੱਗਰੀ ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ (Ungrouped Data)

ਭਿੰਨਤਾ ਅਤੇ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਦੀਆਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਸੂਤਰਾਂ ਉਪਰ ਆਧਾਰਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਅੰਦਰ ਵਿਚਲਨ ਸਕੋਰ ਵਿਧੀ ਸ਼ਾਮਿਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਸ ਨੂੰ ਪਾਠ ਦੇ ਸੂਤਰ 1.3 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਪਰ ਅੰਸ਼ਕ ਮੁੱਲਾਂ (values) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੀ ਦਿੱਕਤ ਤੋਂ ਬਚਣ ਲਈ ਅਤੇ ਜੇ ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਵਾਲੀ ਮਸ਼ੀਨ ਵੀ ਉਪਲਬਧ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਨਿਮਨ ਸੂਤਰ ਵੀ ਮੌਜੂਦ ਹਨ। ਇਥੇ ਦੋਹਾਂ ਕਿਸਮਾਂ ਦੇ ਸੂਤਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ:

ਸਾਰਣੀ 4 : ਅਸੰਗਠਿਤ ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਦੀ ਗਿਣਤੀ :

ਅੰਕ X	**ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਵਿਚਲਨ** (X-M)	**ਵਿਚਲਨ ਦਾ ਵਰਗ ਅੰਕ** X^2	**ਕੱਚਾ (Raw) ਅੰਕ ਵਿਧੀ** X	**ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਵਰਗ** X^2
10	2	4	10	100
7	-1	1	7	49
9	+1	1	9	81
6	-2	4	6	36
8	0	0	8	64
$\Sigma x = 40$		$\Sigma x^2 = 10$	$\Sigma x = 40$	$\Sigma x^2 = 330$

$M = 40/5 = 8$

$N = 5$

$$Var = \sqrt{\Sigma \frac{x^2}{N}}$$

Substituting the values

$$Var = \frac{10}{5} = 2$$

$$\sigma = \sqrt{2} = 1.414$$

Formula :

$$Var = \sqrt{\frac{\Sigma X^2}{N} - \left[\frac{(\Sigma X)^2}{N}\right]}$$

$$\sqrt{\frac{330}{5} - \left[\frac{40}{5}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{330}{5} - 64}$$

$$= \sqrt{\frac{330 - 320}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{10}{5}}$$

$$= \sqrt{2}$$

$\sigma = 2 = 1.414$

2.3.8.2 ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ (S.D.) ਕੱਢਣ ਦੇ ਸੋਪਾਨ

(ੳ) ਵਿਚਲਨ ਅੰਕ ਵਿਧੀ।

(1) ਮੱਧਮਾਨ ਕੱਢ ਲਵੋ।

(2) ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਹੋਰ ਅੰਕ ਦਾ ਵਿਚਲਨ ਕੱਢੋ।

(3) ਹਰੇਕ ਵਿਚਲਨ ਦਾ ਵਰਗ ਕਰੋ।

(4) Σx^2 ਕੱਢ ਲਵੋ।

(5) ਸੂਤਰ ਵਿੱਚ ਮੁੱਲਾਂ ਨੂੰ ਭਰ ਦਿਓ।

(ਅ) ਸ਼ੁੱਧ ਅੰਕ ਵਿਧੀ।

(1) X ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ ਤਿਆਰ ਕਰੋ।

(2) Σx ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕਰੋ।

(3) ਹਰ ਅੰਕ ਦਾ ਵਰਗ ਲਉ।

(4) ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕਰੋ (Σx^2)।

(5) ਸੂਤਰ ਵਿੱਚ ਮੁੱਲਾਂ ਨੂੰ ਭਰ ਦਿਓ।

ਵਿਆਖਿਆ : – ਔਸਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਅੰਕ ਆਪਣੇ ਤੋਂ 1.414 ਇਕਾਈਆਂ ਵਿਚਲਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

2.2.8.3 ਸੰਗਠਤ ਦੱਤ ਸਮੱਗਰੀ ਵਿੱਚ ਮਿਆਰੀ ਜਾਂ ਮਾਠਕ ਵਿਚਲਠ ਕੱਢਣ (Grouped Data)

ਜਦੋਂ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਅੰਕ ਪੱਟੀਆਂ ਜਾਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿਚ ਤਰਤੀਬ ਦੇ ਦਿੱਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ ਹਰੇਕ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਲੰਬੀ ਅਤੇ ਛੋਟੀ, ਦੋਨਾਂ ਵਿਧੀਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਰਾਹੀਂ ਕੱਢਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋਹਾਂ ਵਿਧੀਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਹੇਠਾਂ ਪ੍ਰਗਟਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

2.2.8.4 ਲੰਬੀ ਵਿਧੀ (Long Method) :

ਸਾਰਣੀ 5 : ਮਾਠਕ ਵਿਚਲਠ ਕੱਢਣ ਦੀ ਲੰਬੀ ਵਿਧੀ

(ਵਾਸਤਵਿਕ ਮੱਧਮਾਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ)

(1) ਅੰਤਰਾਲ	(2) ਮੱਧ-ਬਿੰਦੂ	(3) ਆਵ੍ਰਿਤੀ	(4) (X) ਦਾ ਵਿਚਲਨ	(5) ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ	(6) fx^2
ci	(M.V.)	(f)	24.6(47.0-22.4)	fx	1210.32
45-99	47	2	19.6 (42.0-22.4)	49.2	1152.48
40-44	42	3	14.6(37.0-22.4)	58.8	426.32
35-39	37	2	9.6	29.2	552.96
30-34	32	6	4.6	57.6	169.28
25-29	27	8	-.40	36.8	1.28
20-24	22	8	-5.40	-3.2	204.12
15-19	17	7	-10.40	-37.8	541.84
10-14	12	5	-15.40	-52.00	2134.44
5-9	7	9		-138.6	Σfx^2=6393.0
Mean =	22.40	N=50			4

$$= \sqrt{\Sigma fx^2 / N} = \sqrt{\frac{6393.04}{50}} = \sqrt{127.86} = 11.30$$

2.3.8.5 ਲੰਬੀ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ ਕੱਢਣਾ :

(1) ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਅੰਤਰਾਲ ਅਤੇ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਲਿਖੋ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਖਾਨਿਆਂ (1–3) ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

(2) ਹਰੇਕ ਅੰਤਰਾਲ ਦਾ ਮੱਧ-ਬਿੰਦੂ ਕੱਢੋ, ਮੱਧ-ਬਿੰਦੂ = $\frac{\text{ਉਪਰਲੀ ਸੀਮਾ + ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ}}{2}$

(3) ਪਿਛਲੇ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਕਿਸੇ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਮੱਧਮਾਨ ਕੱਢੋ।

(4) ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਵਿਚਲਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਖਾਨਾ ਨੰ. (4) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

(5) Σfx ਕੱਢਣ ਲਈ ਖਾਨਾ 3 ਅਤੇ 4 ਗੁਣਾਂ ਕਰੋ।

(6) fx^2 ਖਾਨਾ (6) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ fx^2 ਅਨੁਸਾਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ fx ਅਤੇ x ਖਾਨਾ ਨੰ. (4) x ਖਾਨਾ (5) ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

2.3.8.6 ਛੋਟੀ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ (By Short Method) :

ਜਦੋਂ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਵੱਡੇ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ ਕੱਢਣ ਲਈ ਛੋਟੀ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ ਠੀਕ ਰਹੇਗਾ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਮਿੱਥੇ ਮੱਧਮਾਨ ਦੁਆਰਾ ਮੱਧਮਾਨ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ ਵਾਂਗ, ਵਿਚਲਨ ਕਿਆਸ ਕੀਤੇ ਮਾਪ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਕਾਰਜ ਵਿਧੀ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਹੈ —

ਸਾਰਣੀ 6 : ਛੋਟੀ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ ਕੱਢਣਾ :

(1) ਅੰਤਰਾਲ	(2) ਆਵ੍ਰਿਤੀ (f)	(3) ci ਇਕਾਈਆਂ ਵਿੱਚ ਕਾਲਪਨਿਕ ਮੱਧ ਤੋਂ x ਦਾ ਵਿਚਲਨ (x)	(4) f ਅਤੇ x ਦੀ ਗੁਣਾ (fx)		(5) (fx^2)
45-99	2	5	10		50
40-44	3	4	12		48
35-39	2	3	6	+48	18
30-34	6	2	12		24
25-29	8	1	8		8
20-24	8	0	0		0
15-19	7	-1	-7		7
10-14	5	-2	-10	- 44	20
5-9	9	-3	-27		81
	N = 50		$\Sigma fx=4$		$\Sigma fx^2 = 256$

$$\sigma = i\sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N} - c^2}$$

ਜਿਸ ਵਿੱਚ (i) ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੈ ਅਤੇ c ਦਰੁੱਸਤੀ ਦਾ। ਇੱਥੇ $i = 5$; $fx^2 = 256$; $N = 50$ ਅਤੇ

$$\sigma = i\left(\sqrt{\frac{256}{50} - \frac{4}{50}}\right)$$

$$\sigma = 5\left(\sqrt{5.12 - .0064}\right)$$

$$\sigma = 5\left(\sqrt{5.1136}\right)$$

$$\sigma = 5 \times 2.26$$

$$\sigma = 11.31$$

2.3.8.7 ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ ਕੱਢਣ ਦੀ ਪੌੜੀ ਦੇ ਡੰਡੇ : (Steps to Compute S.D.)

(1) ਅੰਕਾਂ ਅਤੇ ਆਵ੍ਰਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਕਰੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਹ ਖਾਨੇ (1) ਅਤੇ (2) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ।

(2) ਮਿਥਿਆ ਗਿਆ ਮੱਧਮਾਨ ਅਸਲ ਮੱਧਮਾਨ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਥੋਂ ਤੱਕ ਹੋ ਸਕੇ, ਉਸ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ f ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

(3) ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਵਿੱਚ ਵਿਚਲਣ (x) ਮਿਥੇ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਲਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਉਸ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਅੰਤਰਾਲ ਲਈ 0 ਲਿਖੋ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕਿਆਸ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਮੱਧਮਾਨ ਆਉਂਦਾ ਹੋਵੇ। ਮੱਧਮਾਨ (Mean) ਦੇ ਉਪਰ ਦੇ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਕਫਿਆਂ ਨੂੰ +1, +2, +3 ਆਦਿ ਅਤੇ ਮਾਧਯ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਵਾਲਿਆਂ ਨੂੰ −1, −2, −3 ਆਦਿ ਨੰਬਰ ਲਗਾਉ (ਖਾਨਾ 3)।

(4) fx ਦੀ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਲਈ f ਅਤੇ x (3) ਅਤੇ (4) ਆਪੋ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾਂ ਕਰੋ ਅਤੇ Σfx^2 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਜੋੜੋ।

(5) 2 ਅਤੇ 4 ਖਾਨਿਆਂ fx^2 ਨੂੰ ਦੀ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਲਈ ਗੁਣਾਂ ਕਰੋ ਅਤੇ Σfx^2 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਜੋੜ ਕਰੋ।

(6) C ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇ $\frac{\Sigma fx^2}{N}$ ਹੈ।

(7) ਸੂਤਰ ਵਿੱਚ ਇਨ੍ਹਾਂ ਮੁੱਲਾਂ ਨੂੰ ਭਰ ਦਿਓ।

ਨੋਟ : ਜਦੋਂ ਵੰਨਗੀ ਵਿੱਚ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਐਸ.ਡੀ. (S.D.) ਨੂੰ ਵਸੋਂ ਦੀ SD ਦੇ ਅਨੁਮਾਨ ਵਜੋਂ ਵਰਤਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਸੂਤਰਾਂ ਦਾ ਭਾਜਕ N ਦੀ ਥਾਂ D-1 ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਪਹਿਲੇ ਨੂੰ ਬਿਨਾਂ ਪੱਖ-ਪਾਤੀ ਅਨੁਮਾਨ ਖਿਆਲ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

2.3.8.8 ਭਿੰਨਤਾ ਦੇ ਲੱਛਣ ਅਤੇ ਲਾਭ :

(1) ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ ਜਾਂ ਭਿੰਨਤਾ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਅੰਕ ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਹਰ ਅੰਕ ਦੇ ਔਸਤ ਵਰਗ ਵਿਚਲਨ ਦੀ ਅਨੁਪਾਤਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਵਿਵਸਥਿਤ ਦੱਤ ਸਮਗਰੀ ਦੀ ਪਰਿਵਰਤਸ਼ੀਲਤਾ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟਾਉਂਦੀ ਹੈ।

(2) ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਰੇ ਵਿਚਲਨ ਵਰਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਭਿੰਨਤਾ ਵੀ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਜਮ੍ਹਾਂ (+) ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗੀ। ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ (SD) ਭਿੰਨਤਾ ਦਾ ਜਮ੍ਹਾ-ਪੱਖੀ ਵਰਗਮੂਲ (Positive root) (+) ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਹੀ + ਹੋਵੇਗਾ।

(3) ਜੇਕਰ ਅੰਕਾਂ ਅੰਦਰ ਕੋਈ ਵਿਚਲਨ ਨਾ ਹੋਵੇ, ਭਾਵ ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਅੰਕ ਇਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਸਮਤਾ-ਸੂਚਕ (Identical) ਹੋਣ, ਤਾਂ ਐਸ.ਡੀ.(SD) ਦਾ ਮੁੱਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ। ਜਿਉਂ-ਜਿਉਂ ਪਰਿਵਰਤਨਸ਼ੀਲਤਾ ਵੱਧਦੀ ਹੈ, ਭਿੰਨਤਾ ਵਿੱਚ ਵੀ ਵਾਧਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(4) ਭਿੰਨਤਾ ਅਤੇ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ (SD) ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨਸ਼ੀਲਤਾ ਵੱਲ ਵਧੇਰੇ ਸੰਵੇਦਨਸ਼ੀਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(5) ਭਿੰਨਤਾ ਅਤੇ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ (SD) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਗਲੇ ਗਣਿਤਕ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਕਰਕੇ ਉਹ ਵੱਖਰਤਾ ਦੇ ਹੋਰ ਨਾਪਾਂ ਨਾਲੋਂ ਵਧੇਰੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(6) ਭਿੰਨਤਾ ਨੂੰ ਅਜਿਹੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਾਧਨ ਹੋਣ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਬਹੁ-ਚੱਲ (multivariate) ਕਾਰਕੀ ਡੀਜ਼ਾਇਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(7) ਭਿੰਨਤਾ ਅਤੇ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਉਦੋਂ ਹੀ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਥਿਰਤਾ ਅਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਤਲਾਸ਼ ਕੀਤੀ ਜਾਣੀ ਹੋਵੇ।

(8) ਭਿੰਨਤਾ ਅਤੇ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਉਦੋਂ ਹੀ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ ਜਦੋਂ ਆਤਿ ਦੇ ਵਿਚਲਨ ਅੰਦਰ ਇਹ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੋਵੇ ਕਿ ਉਹ ਪਰਿਵਰਤਨਸ਼ੀਲ ਉਪਰ ਅਨੁਪਾਤਕ ਰੂਪ ਵਿਚ ਵਧੇਰੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

2.3.9 ਸਵੈ ਮੁਲਾਂਕਣ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :

(1) ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ ਦਸੋ।

(3) ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ ਸਿਧੀ ਵਿਧੀ ਤੇ ਛੋਟੀ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਕਢੋ।

x = 12, 15, 10, 8, 11, 13, 18, 10, 14, 9

(3) S.D. ਕੱਢੋ।

class interval :	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69
Frequency :	3	5	10	12	6	4

2.3.10 ਅਰਧ ਅੰਤਰ-ਚਤੁਰਥਕ ਰੇਂਜ ਜਾਂ ਕਿਉ (Q)

ਅਰਧ ਅੰਤਰ-ਚਤੁਰਥਕ (Semi Inter Quartile Range) ਜਿਸ ਨੂੰ ਚਤੁਰਥਕ ਵਿਚਲਨ ਵੀ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਅੰਤਰ ਦਾ ਅੱਧ ਹੈ ਜਿਹੜਾ 75ਵੇਂ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤਕ (percentile) ਅਤੇ 25ਵੇਂ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਕ ਵਿਚਕਾਰ ਬੈਠਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਉਸ ਸਕੇਲ ਫਾਸਲੇ ਦਾ ਅੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਹੜਾ ਕਿਸੇ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਵਿੱਚ 75ਵੇਂ ਅਤੇ 25ਵੇਂ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤਕ ਵਿਚਕਾਰ ਬੈਠਦਾ ਹੈ। 25ਵੇਂ ਚਤੁਰਥਕ ਜਾਂ ਸਕੋਰ ਸਕੇਲ ਉਪਰ ਪਹਿਲਾ ਤਰੁਰਥਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ Q ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਈ ਸੂਤਰ $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ ਜਾਂ $\frac{P_{25} - P_{75}}{2}$ ਹੈ।

ਇਸ ਵਾਸਤੇ Q ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ Q_3 (ਜਾਂ Q_{75}) ਅਤੇ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਉਸੇ ਢੰਗ ਅਨੁਸਾਰ ਚੱਲਦੀ ਹੈ, ਜਿਹੜੀ ਕਿ ਮੱਧਿਅਕਾ (ਜਾਂ P_{50}) ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ ਲਈ ਅਪਣਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪਿਛਲੇ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਸੂਤਰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ :

$$Q_1\ (P_{25}) = l.l. + \frac{(N/4 - \text{Cumf})}{\text{fq}}\ \text{xi}$$

$$Q_3\ (P_{75}) = l.l. + \frac{(3N/4 - \text{Cumf})}{\text{fq}}\ \text{xi}$$

ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਅੰਦਰ

$l.l.$ = ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਸਹੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾਂ

i = ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਆਕਾਰ

Cum f = ਸੰਚਿਤ ਉਸ ਅੰਤਰਾਲ ਤੱਕ ਜਿਸ ਅੰਦਰ ਚਤੁਰਥਕ ਹੋਵੇ

Fq = ਉਸ ਵਕਫੇ ਉਪਰ f ਜਿਸ ਅੰਦਰ ਚਤੁਰਥਕ ਹੋਵੇ।

ਸਾਰਣੀ 7 : Q_1, Q_3 ਅਤੇ ਚਤੁਰਥਕ ਵਿਚਲਨ ਕੱਢਣਾ

(1) ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਕਫੇ (x)	(2) ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (f)	(3) ਸੰਚਿਤ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (Cum f)
45-49	2	50
40-44	3	48
35-39	2	45
30-34	6	43 Q_3 ਇਸ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।
25-29	8	37
15-19	7	29
10-14	5	13 Q_1 ਇਸ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।
5-9	9	9
	N=50	

Q_1 ਕੱਢਣਾ $\frac{N}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$

ਇਥੇ $l.l.$ = 9.5; cum f = Fq = 9 = fq = 5 :

i = 5, N = 50

ਇਨ੍ਹਾਂ ਮੁੱਲਾਂ ਨੂੰ ਸੂਤਰ (13) ਵਿੱਚ ਪਰਿਸਥਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋਏ

$$Q_1 = 9.5 + \frac{(50+4-9)}{5} \times 5 = 9.5 + 3.5 = 13.00$$

Q_3 ਕੱਢਣਾ $= \frac{3N}{4} = \frac{3(50)}{4} = 12.5 \times 3 = 37.5$

ਇਥੇ $Q_3 = 29.50 + \frac{(3 \times 50/4 - 37)}{6} \times 5$

= 29.50 + .42 = 29.92

Q ਕੱਢਣਾ

ਸੂਤਰ (12) ਵਿੱਚ Q_1 ਅਤੇ Q_3 ਦੇ ਮੁੱਲਾਂ ਦਾ ਪਰਿਸਥਾਪਨ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸਾਨੂੰ ਨਿਮਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ ਹਨ :

$$Q = \frac{29.92 - 13.00}{2} = \frac{16.92}{2} = 8.46$$

2.3.10.1 Q ਦੇ ਲੱਛਣ ਅਤੇ ਲਾਭ :

(1) ਅਜਿਹੀ ਵੰਡ ਵਿੱਚ, ਜਿਹੜੀ ਮੱਧਮਾਨ ਦੁਆਲੇ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਜਦੋ ਇਹ ਸਾਧਾਰਣ (ਨਾਰਮਲ) ਹੋਵੇ ਤਾਂ 25ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕੇਸਾਂ ਵਿੱਚ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਬਿਲਕੁਲ ਉਪਰ ਨੂੰ ਹੋਵੇ ਅਤੇ 20 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕੇਸਾਂ ਵਿੱਚ ਮਾਧਯ ਤੋਂ ਬਿਲਕੁਲ ਹੇਠਾਂ ਨੂੰ ਹੋਵੇਗਾ।

(2) ਇਹ ਮੱਧ ਦੇ 50 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕੇਸਾਂ ਦੀ ਪਰਿਵਰਤਨਸ਼ੀਲਤਾ ਦਾ ਨਾਮ ਹੈ ਅਤੇ ਦੋਹਾਂ ਹੇਠਲਿਆਂ ਪਾਸਿਆਂ ਅੰਦਰ ਹਰੇਕ ਦੀ ਹਾਲਤ 25ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕੇਸਾਂ ਨੂੰ ਅੱਖੋਂ ਉਹਲੇ ਕਰਦਾ ਹੈ।

(3) ਇਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਉਦੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ, ਜਦੋਂ 50 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦੀ ਕਨਸੈਨਟ੍ਰੇਸ਼ਨ (Concentration) ਦੇ ਪਰਿਪੇਖਣ ਦੇ ਨਾਮ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇ।

(4) ਇਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਉਦੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ, ਜਦੋਂ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੀਆਂ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀਆਂ ਦਾ ਨਾਮ ਮਾਧਯਮ ਹੀ ਹੋਵੇ।

(5) ਇਹ ਉਦੋਂ ਚੰਗੇਰਾ ਨਾਪ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਬਿੱਖਰੇ ਹੋਏ ਜਾਂ ਅਤਿ ਦੇ ਅੰਕ ਸਾਹਮਣੇ ਹੋਣ ਜਿਹੜੇ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਗ਼ੈਰ-ਅਨੁਪਾਤਿਕ ਤੌਰ ਤੇ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਕਰਨਗੇ।

(6) Q ਨੂੰ ਸਾਧਾਰਣ ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਸੰਭਵ ਗਲਤੀ (PE) ਕਹਿ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

2.3.11 ਸਾਰ :

ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ, ਵਿਖੇਪਣ ਦੀ ਪਰਿਵਰਤਨਸ਼ੀਲਤਾ ਦੇ ਕੁੱਝ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਅਤੇ ਕੁਝ ਲੋਕ-ਪ੍ਰਿਯ ਨਾਪਾਂ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਸੂਚਕ-ਅੰਕ ਆਪਣੀ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਫੈਲਾਉ ਜਾਂ 'ਬਿਖਰਾਓ' ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਨੂੰ ਝੁਕਾ ਦੇ ਸੰਬੰਧਤ ਨਾਮਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਹੀ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਜੋ ਵੰਡ ਦਾ ਵਧੇਰੇ ਚੰਗਾ ਵਰਨਣ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕੇ। ਪ੍ਰਪੇਖਤਾ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ Scatteredness ਮੁੱਖ ਪ੍ਰੇਪੇਖਣ ਹਨ ਰੇਂਜ, ਮਧਮਾਨ ਵਿਚਲਨ, ਵੱਖਰਤਾ, ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਣ ਤੇ ਕਿਊ ਤੇ ਅਰਧ ਇੰਟਰ-ਕੁਆਰਟਾਈਲ ਰੇਂਜ, ਰੇਂਜ ਉਹ ਹੈ ਜੋ ਸਕੋਰ ਤੇ ਨੀਵੇਂ ਸਕੋਰ ਦੀ ਭਿੰਨਤਾ ਹੈ। ਇਹ ਮਾਪਣ ਵਿੱਚ ਆਸਾਨ ਹੈ ਤੇ ਵੱਧ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਹੈ ਅਤੇ ਪ੍ਰਪੇਖਤਾ ਦਾ ਆਸਾਨ ਮਾਪ ਹੈ।

2.3.12 ਸੁਝਾਏ ਪ੍ਰਸ਼ਠ :

(1) ਵੱਖਰਤਾ ਅਤੇ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ ਗਿਣਤੀ ਸਕੋਰਾਂ ਦੀ ਨਿਮਨ ਵੰਡ ਤੋਂ ਕਰੋ (ਲੰਬੀ ਵਿਧੀ ਵਰਤੋ)

ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਅੰਤਰਾਲ	f
190-199	2
180-189	4
170-179	15
160-169	11 (ਉਤਰ : ਵੱਖਰਤਾ =-458,75 ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ;=21.42).
150-159	38

140-149	8
130-139	6
120-129	2
110-119	7
	7
	N= 100

(2) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਵਿੱਚ Q ਅਤੇ SD ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(ੳ)

136-139	3
132-135	5
128-131	16
124-127	23
120-123	52
116-119	49
112-115	27
108-111	18
104-107	7
	N=200

(ਅ)

140-144	1
145-149	3
150-154	2
155-159	4
160-164	4
165-169	6
170-174	10
175-179	8
180-184	5
185-189	4
190-194	2
	1
	N=50

(ੲ)

90-99	2
80-89	12
70-79	22
60-69	20
50-59	14
30-39	4
	N = 75

(ਸ)

14-15	3
12-13	8
10-11	15
8-9	20
6-7	10
4-5	4
	N =60

(3) ਉਪਰ ਦਿੱਤੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਵੰਡ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਰਾਹੀਂ ਭਿੰਨਤਾ ਅਤੇ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ ਕੱਢੋ ਅਤੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

(4) ਉਪਰ ਦਿੱਤੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਵੰਡ ਤੋਂ AD ਅਤੇ Q ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰੋ (ਉਤਰ ਏ.ਡੀ. =15.92, Q=11.305)

(5) ਨਿਮਨ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸੰਖੇਪ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਿਓ।
SD; AD ਭਿੰਨਤਾ : Q ਅਤੇ ਰੇਂਜ

(6) ਭਿੰਨਤਾ ਅਤੇ ਰੇਂਜ ਦੇ ਜ਼ਰੂਰੀ ਲੱਛਣ ਅਤੇ ਲਾਭ ਦਰਸਾਓ।

2.3.13 ਸੁਝਾਈਆਂ ਪੁਸਤਕਾਂ

ਐਡਵਰਡ, ਐਲਨ, ਐਲ. — ਸਟੈਟਿਸਟੀਕਲ ਮੈਥਡ ਫਾਰ ਬੀਹੈਵਿਯਰਲ ਸਾਇੰਸਿਜ਼

ਗੈਰਟ, ਐਚ.ਈ. — ਸਟੈਟਿਸਟਿਕ ਇਨ ਸਾਈਕੋਲੋਜੀ ਐਂਡ ਐਜੂਕੇਸ਼ਨ

ਗੁਲਫੋਰਡ, ਜੇ.ਪੀ. — ਫੰਡਾਮੈਂਟਲ ਸਟੈਟਿਸਟਿਕ ਇਨ ਸਾਈਕੋਲੋਜੀ ਐਂਡ ਐਜੂਕੇਸ਼ਨ

ਹੈਜ਼, ਵਿਲੀਅਮ, ਐਲ. — ਸਟੇਟਿਸਟਿਕਸ ਫਾਰ ਦ ਸੋਸ਼ਲ ਸਾਇੰਸਿਜ਼

ਸ਼ਰਮਾ, ਟੀ.ਆਰ. — ਫਸਟ ਕੋਰਸ ਇਨ ਸਟੇਟਿਸਟਿਕਸ

ਪਾਠ ਨੰ: 2.4 ਲੇਖਕ : ਡਾ. ਐਸ. ਐਸ. ਗਰੇਵਾਲ

ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਵਕ੍ਰ-ਇਸ ਦੇ ਗੁਣ ਅਤੇ ਵਰਤੋਂ

ਪਾਠ ਦਾ ਢਾਂਚਾ :

2.4.1 ਉਦੇਸ਼ :

ਇਹ ਪਾਠ ਪੜ੍ਹਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਸਿੱਖ ਜਾਣਗੇ :

1. ਸੰਭਾਵਨਾ ਦਾ ਖੇਤਰ ਅਤੇ ਸਾਧਾਰਨ ਵੰਡ ਦਾ ਅਰਥ।
2. ਸਾਧਾਰਨ ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਵਕ੍ਰ ਦੇ ਗੁਣ।
3. ਸਾਧਾਰਨ ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਵਕ੍ਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ।
4. ਸਾਧਾਰਨ ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਵਕ੍ਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਪ੍ਰੈਕਟੀਕਲ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੁਲਝਾਉਣਾ।

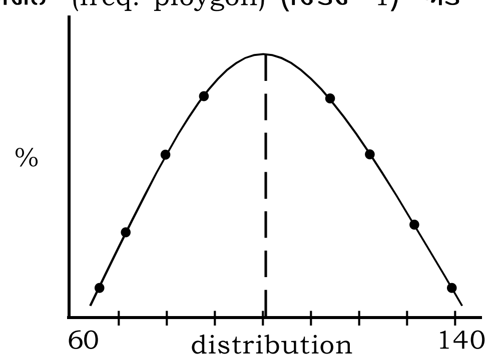
2.4.2 ਜਾਣ-ਪਛਾਣ :

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ, ਕੇਂਦਰ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦੀ ਵੰਡ ਕਿਵੇਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਖਿਲਾਰ, ਵਿਖੇਪਣ ਦੇ ਮਾਪ ਕਿਵੇਂ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ, ਇਹ ਸਭ ਸਕੋਰਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਕਰਨ ਲਈ ਲੰਬੇ ਤਰੀਕੇ ਹਨ। ਕਈ ਵਾਰ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਵਿਅਕਤੀ ਦੇ ਟੈਸਟ ਪੇਪਰ ਜਾਂ ਗਰੁੱਪ ਵਿਚ ਉਸ ਦੇ ਸਥਾਨ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਧਿਆਪਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਸਿੱਖਣ ਪ੍ਰਾਪਤੀਆਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਮਾਪਦਾ ਹੈ? ਇਹਨਾਂ ਸਭ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਲਈ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਪੈਂਦੀ ਹੈ।

ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਚਾਂਸ ਜਾਂ ਸੰਭਾਵਨਾ ਇਹ ਦੋਨੋਂ ਸ਼ਬਦ ਆਮ ਵਰਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸ਼ਾਇਦ ਕਲ ਮੀਂਹ ਪੈ ਜਾਵੇ ਜਾਂ ਸ਼ਾਇਦ ਅਧਿਆਪਕ ਅਜ ਕਲਾਸ ਲੈਣ ਆ ਜਾਵੇ। ਇਹ ਸਾਰੀਆਂ ਟਰਮਾਂ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਦਾ ਇਕੋ ਅਰਥ ਹੈ। ਪ੍ਰੰਤੂ ਸਾਂਖਿਅਕੀ ਵਿੱਚ ਸੰਭਾਵਨਾ ਨਾਮ ਦਾ ਇੱਕ ਖਾਸ ਅਰਥ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਆਪ ਵਿਅਕਤੀ ਦੇ ਅਰਥ ਨਾਲ ਮੇਲ ਨਹੀਂ ਖਾਂਦਾ। ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਦਾ ਸਿਧਾਂਤ 1970 ਵਿਚ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ। ਇਸ ਦਾ ਵਿਕਾਸ ਖੇਡਾਂ, ਸਿੱਕਾ ਉਛਾਲਣ ਆਦਿ ਨਾਲ ਹੋਇਆ। 1954 ਵਿੱਚ Antomie Gornbad ਨੇ ਇਸ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਰੁਚੀ ਦਿਖਾਈ। ਪ੍ਰੰਤੂ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਕਾਫੀ ਸਾਂਖਿਅਕੀ ਮਾਰਗ ਨੇ ਇਸਦੇ ਪਹਿਲੇ ਮਾਡਲ ਬਦਲਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕੀਤੀ। ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਸਾਂਖਿਅਕੀ ਦੇ ਮੁੱਖ ਸੰਦਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਬਿਨ੍ਹਾਂ ਸਾਂਖਿਅਕੀ ਦਾ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਅੱਧਾ ਰਹਿ ਜਾਵੇਗਾ।

2.4.3 ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਵਕ੍ਰ :

ਸਾਂਖਿਅਕੀ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ (Normal) ਵੰਡ ਨੂੰ ਸੱਭ ਤੋਂ ਵਧੇਰੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਤੌਰ ਤੇ ਟੈਸਟ ਨਿਰਮਾਣ ਦੇ ਖੇਤਰ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਧਿਆਨ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਓ ਆਪਾਂ ਪੱਧਰੀ ਕੀਤੀ (Smoothed) ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਪਾਲੀਗਨ (freq. ploygon) (ਚਿੱਤਰ 1) ਅਤੇ ਹਿਸਟੋਗਰਾਮ (ਚਿੱਤਰ 2) ਉੱਪਰ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ।



1.Q. Figure 1

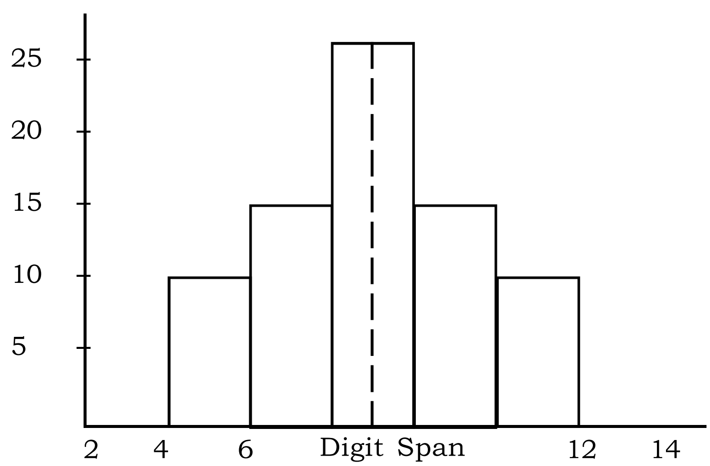


Figure 2

ਇਹ ਗ੍ਰਾਫ ਇਕੋ ਜਿਹੀ ਸਾਧਾਰਣ ਸ਼ਕਲ ਵਾਲੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਹਰ ਵਕ੍ਰ ਦੇ ਹੇਠਲੇ ਖੇਤਰ ਨੂੰ (ਵਕ੍ਰ ਅਤੇ ਧੁਰੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਖੇਤਰ ਨੂੰ) ਅਜਿਹੀ ਰੇਖਾ ਦੁਆਰਾ ਵੰਡੀਏ, ਜਿਹੜੀ ਲੰਬੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੇਂਦਰੀ ਉੱਚ–

ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਦੀ ਆਧਾਰ-ਰੇਖਾ ਤੱਕ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਨਿਰਮਾਣ ਹੋਵੇ ਕਿ ਦੋ ਭਾਗ ਸ਼ਕਲ ਵਿੱਚ ਇਕੋ ਜਿਹੇ ਹੋਣਗੇ ਅਤੇ ਰਕਬੇ ਵੀ ਲਗਭੱਗ ਬਹੁਤ ਸਮਾਨ ਹੋਣਗੇ। ਹਰ ਸ਼ਕਲ ਲਗਭੱਗ ਪੂਰਣ ਤੌਰ ਤੇ ਦੋ-ਪੱਖੀ ਸਮਰੂਪਤਾ (ਸਮਿਟਰੀ) (Bilateral Symmetry) ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟਾਏਗੀ। ਇਸੇ ਪੂਰਣ ਤੌਰ ਤੇ ਸਮਿਟ੍ਰੀਕਲ ਵਕ੍ਰ ਜਾਂ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਵੰਡ ਨੂੰ ਜਿਸ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਦੋ ਗ੍ਰਾਫ (ਚਿੱਤਰ 1, ਚਿੱਤਰ 2) ਮੇਲ ਖਾਂਦੇ ਹਨ, ਸ਼ਕਲ 3 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

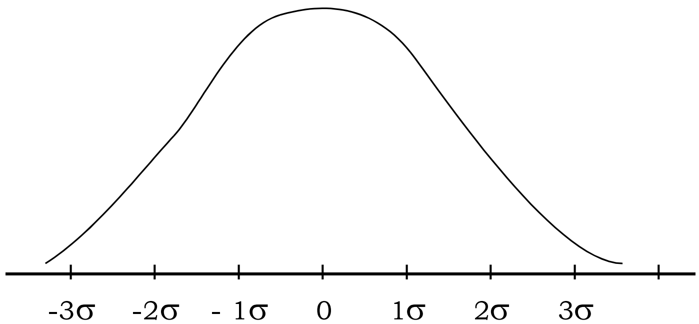
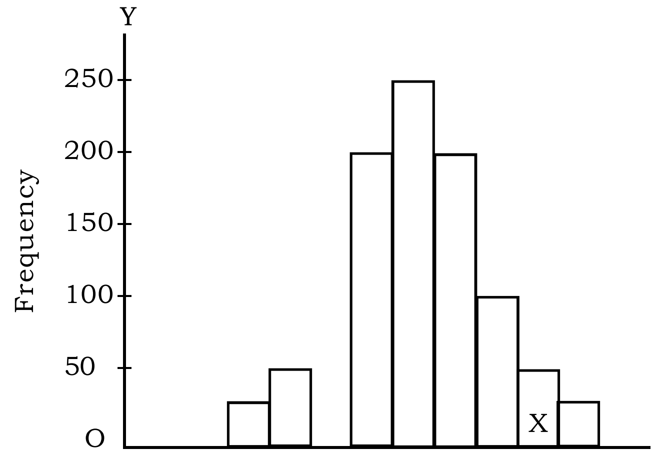


Figure 3

ਇਸ ਘੰਟੀ ਦੀ 'ਸ਼ਕਲ' ਵਾਲੇ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਸਮਾਨਿ ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਵਕ੍ਰ (NPC) ਜਾਂ ਕੇਵਲ ਸਾਧਾਰਣ ਵਕ੍ਰ ਕਹਿ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਕ੍ਰ ਨੂੰ ਇਸ ਦੇ ਖੋਜਕਾਰ ਗਾਸ (Gauss) ਦੇ ਨਾਂ ਤੇ ਚਾਂਸ ਵਕ੍ਰ ਦਾ ਗਾਸ ਵਕ੍ਰ ਵੀ ਕਹਿ ਦਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਵੇਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਗੁਣਾਂ ਜਾਂ ਔਗੁਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਅਤੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਦਿਮਾਗੀ ਅਤੇ ਸਮਾਜਿਕ ਗੁਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ, ਜਿਵੇਂ ਵਜ਼ਨ, ਉੱਚਾਈ, ਕਾਮਿਆਂ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਉਤਪਾਦਨ, ਬੁੱਧੀ, ਸ਼ਬਦ ਜੋੜਾਂ, ਪਾਠ ਪੜ੍ਹਨ, ਗਣਿਤ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੰਡ ਆਪਣੇ ਮੱਧਮਾਨਾਂ ਦੁਆਲੇ ਸਮਿਟ੍ਰੀਕਲ ਤੌਰ ਤੇ ਵੰਡੇ ਜਾਣ ਦਾ ਝੁਕਾਅ ਉਨ੍ਹਾਂ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਰੱਖਦੇ ਹਨ, ਜਿਹੜੇ ਸਾਧਾਰਣ ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਨਾਲ ਲਗਭੱਗ ਮੇਲ ਖਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਵੀ ਵੇਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਵੰਡਾਂ ਵਕ੍ਰ ਵਰਗੀਆਂ ਹੀ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਸਿੱਕੇ ਨੂੰ ਉਛਾਲਣ ਰਾਹੀਂ ਜਾਂ ਪਾਸਾ ਸਿੱਟ ਕੇ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਦਸ ਸਿੱਕੇ ਇਕੋ ਵਾਰ ਉਛਾਲੀਏ, ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਅਸੀਂ $(H+T)^{10}$ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਜਿੱਥੇ H ਤੋਂ ਭਾਵ ਸਿੱਧੇ ਪਾਸੇ (Head) ਦੀ ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਹੈ, T ਉਲਟੇ ਪਾਸੇ (Tail) ਦੀ ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 10 ਉਛਾਲੇ ਗਏ ਸਿੱਕਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟਾਉਂਦਾ ਹੈ। $(H+T)^{10} = H^{10} + 10H^9T + 45H^8T^2 + 120H^7T^3 + 210H^6T^4 + 252H^5T^5 + 210H^4T^6 + 120H^3T^7 + 45H^2T^8 + 10HT^9 + T^{10}$

ਜੇਕਰ ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹਿਸਟੋਗ੍ਰਾਮ (Histogram) ਰਾਹੀਂ ਅਤੇ ਬਹੁ-ਪਾਸੀ ਸ਼ਕਲ (Polygon) ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਉਣਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਨਿਮਨ ਸ਼ਕਲ ਬਣ ਜਾਵੇਗੀ (Fig. 4) –



Probability curve obtained from the expansion of $(H+T)^{10}$
Figure 4

ਐਕਸ (X) ਰੇਖਾ ਨਾਲ ਬਰਾਬਰ ਫਾਸਲਿਆਂ ਤੇ ਗਿਆਰਾਂ ਮੱਦਾਂ ਨੂੰ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। Y ਨੂੰ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮ ਸਮਿਟ੍ਰੀਕਲ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਬਹੁ-ਅੰਗੀ ਸ਼ਕਲ (frequency polygon) ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਉਚਾਈ ਵਿਚਾਲੇ ਹੈ ਤੇ ਸੱਜੇ ਖੱਬੇ ਨੂੰ ਜਾਂਦੇ ਇਹ ਉਚਾਈ-ਘੱਟਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਵਿਚਾਲੇ ਖਿੱਚੀ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸੇ ਵਕ੍ਰ ਸਮਿਟਰੀਕਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ ਜਦੋਂ ਕਿ ਸਮੀਕਰਣ $(H+T)^n$ ਵਿੱਚ n ਅਨੰਤ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਬਹੁ-ਅੰਗੀ ਸ਼ਕਲ ਇੱਕ ਪੂਰਣ ਤੌਰ ਤੇ ਪੱਧਰੀ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇਸ ਵਕ੍ਰ ਨੂੰ ਸ਼ਕਲ 3 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਆਦਰਸ਼ਕ ਬਹੁ-ਪੱਖੀ ਸ਼ਕਲ ਵੱਡੀ ਗਿਣਤੀ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨਿ, ਮਿਲਦੇ-ਜੁਲਦੇ ਕਾਰਕਾਂ (ਸਿੱਕਿਆਂ) ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ, ਮੇਲਾਂ ਦੀ ਹੋਂਦ ਦੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟਾਉਂਦੀ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਹਰ ਕਾਰਕ ਦੀ ਹੋਂਦ (H) ਜਾਂ ਅਣਹੋਂਦ (T) ਇਕੋ ਜਿਹੀ ਹੈ। ਸਾਧਾਰਣ ਵੰਡ ਟੈਸਟ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਾਸਤਵਿਕ ਵੰਡ ਨਹੀਂ, ਸਗੋਂ ਇਹ ਉਸ ਦੀ ਬਜਾਏ ਇੱਕ ਗਣਿਤਕ ਮਾਨ ਹੈ।

2.4.3.1 ਸਮਾਨਿ ਜਾਂ ਨਾਰਮਲ ਵਕ੍ਰ ਦੇ ਗੁਣ :

1. N.P.C. ਦੀ ਸਮੀਕਰਨ (Equation) ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ।

$$Y = \frac{N}{\sigma\sqrt{2n}} \times \frac{-x^2}{2\sigma^2}$$

ਜਿਸ ਵਿੱਚ X ਉਹ ਸਕੋਰ ਹਨ ਜੋ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਵਿਚਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟਾਏ ਗਏ ਹਨ ਅਤੇ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ X ਧੁਰੀ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

Y = ਵਕ੍ਰ ਧੁਰੀ ਦੀ ਉਚਾਈ

N = ਕੇਸਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ

σ = ਵੰਡ ਦਾ S.D.

$\pi = \frac{22}{7} = 3.1416$ (ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਘੇਰੇ ਦਾ ਉਸ ਦੇ ਵਿਆਸ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ)

= 2.3183 (ਲਾਗਰਿਥਮ ਦੀ ਨੇਪੀਅਰ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੀ)

2. ਵਕ੍ਰ ਸਮਿਟ੍ਰੀਕਲ ਹੈ। ਮੱਧਮਾਨ (mean), ਮੱਧਿਅਕਾ (median) ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ (mode) ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦੇ ਹਨ। ਵਕ੍ਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰੀ ਬਿੰਦੂ ਉੱਤੇ ਖਿੱਚੀ ਆਰਡੀਨੇਟ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਸਮਿਟਰੀ ਦਾ ਲੱਛਣ ਇਹ ਪ੍ਰਗਟਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਵਕ੍ਰ ਦਾ ਆਕਾਰ, ਸ਼ਕਲ ਅਤੇ ਢਲਾਣ, ਜਿਹੜੇ ਵਕ੍ਰ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਹਨ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦੇ ਹਨ ਜੋ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਹਨ। ਵਕ੍ਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹਰੇਕ ਵੰਡ ਤੋਂ ਕੱਢੇ ਗਏ ਮੱਧਮਾਨ, ਮੱਧਿਕਾ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਦੇ ਮੁੱਲ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਹੀ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
3. ਵਕ੍ਰ ਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਆਰਡੀਨੇਟ ਮੱਧਮਾਨ ਉੱਤੇ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
4. ਵਕ੍ਰ ਦੇ ਸਿਰੇ ਆਧਾਰ ਰੇਖਾ ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਮਿਲਦੇ ਜਾਂ ਨਫੀ ਅਨੰਤਤਾ (–00) ਤੋਂ ਜਮ੍ਹਾਂ ਅਨੰਤਤਾ (+00) ਤੇ ਹੀ ਮਿਲਦੇ ਹਨ।
5. ਵਕ੍ਰ ਦੇ ਖੇਤਰ ਦਾ ਲੱਗਭਗ 68.26% ਖੇਤਰ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ± 1 ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ ਇਕਾਈ ਦੇ ਅੰਦਰ ਪੈਂਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਵਕ੍ਰ ਦਾ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰ 100 ਹੋਵੇ ਤਾਂ 68.26% ਕੇਸ ਦੋ ਆਰਡੀਨੇਟਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ± 1 ਦੇ ਪੈਂਦੇ ਹਨ।
6. ਸਾਧਾਰਣ ਵਕ੍ਰ ਵਿੱਚ ਸੀਮਾਵਾਂ M ± 1.96 ਵਿੱਚ 95% ਖੇਤਰ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸੀਮਾਵਾਂ M ± 2.58 ਵਿੱਚ ਵਕ੍ਰ ਦੇ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰ ਦਾ 99% ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕ੍ਰਮਵਾਰ 5% ਤੇ 1% ਖੇਤਰ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।

2.4.4 ਸਾਧਾਰਣ ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਵਕ੍ਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ (Application)

ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਹੋ ਮਿਥ ਲਈਏ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀਆਂ ਵੰਡਾਂ ਨੂੰ ਸਾਧਾਰਣ ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਅਧਿਆਇ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸਾਰਣੀ (A) ਹਵਾਲੇ ਲਈ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ।

2.4.4.1 ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਟੈਂਡਰਡ ਅੰਕਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਕੇਸਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤਤਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਰਨਾ

ਕੇਸਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਾਰਣੀ A ਤੋਂ ਜਾਣ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਸਾਰਣੀ A ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕ ਜੋ ਮਿਆਰੀ ਅੰਕਾਂ z ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ, ਵਕ੍ਰ ਅਧੀਨ ਆਉਂਦੇ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਮਾਤਰ ਹਨ। ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ ਹੋਵੇ, ਸਾਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ।

ਉਦਾਹਰਣ – ਕੁੱਲ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਮੱਧਮਾਨ 16 ਹੈ ਅਤੇ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ 4 ਹੈ। ਸਮਾਨਿਅਤਾ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਨਿਮਨ ਪਤਾ ਕਰੋ –

(ੳ) 12 ਅਤੇ 20 ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕੇਸ ਆਉਂਦੇ ਹਨ।

(ਅ) 20 ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕੇਸ ਆਉਂਦੇ ਹਨ ?

(ੲ) ਅੰਕ 10 ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਕਿੰਨੇ ?

ਹੱਲ (ੳ) ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਮੱਧਮਾਨ 16 $\sigma = 4$

ਅੰਕ 8 ਸੰਬੰਧੀ $Z = \frac{X-M}{\sigma}$

$$Z = \frac{12-16}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

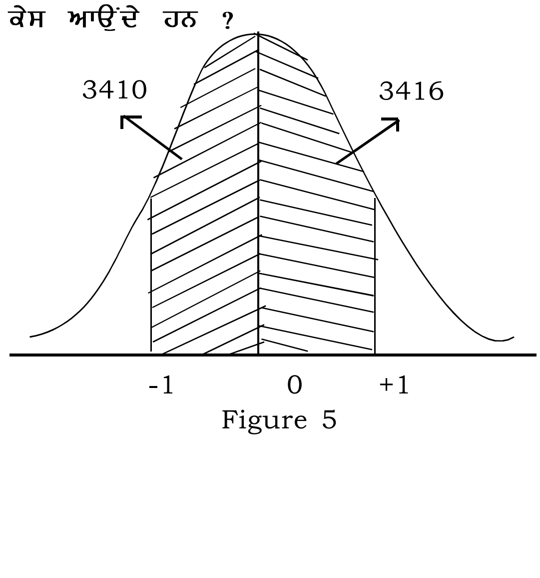


Figure 5

ਅੰਕ 16 ਸੰਬੰਧੀ

$$Z = \frac{20-16}{4} = 1$$

ਅਸੀ Z_1 ਅਤੇ Z_2 ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਖੇਤਰ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੈ, ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਹੈ –1 ਤੋਂ 0 ਤੱਕ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਅਤੇ +0 ਤੋਂ +1 ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ 0.3413 + 0.3413 (ਵੇਖੋ ਟੇਬਲ A)

= 0.6826

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਕੇਸਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤਤਾ ਜਿਹੜੇ 8 ਅਤੇ 16 ਵਿਚਕਾਰ ਪੈਂਦੇ ਹਨ 68.26% ਹੈ। (ਅ) 22 ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਪੈਂਦੇ ਕੇਸਾਂ ਦੀ ਲੋੜੀਂਦੀ ਗਿਣਤੀ ? 22 ਦੀ ਉਪਰਲੀ ਸੀਮਾ 22.5 ਹੈ। ਉਪਰਲੀ ਸੀਮਾਂ ਇਸ ਲਈ ਲੈਣੀ ਪੈ ਰਹੀ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ 22 ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਦੇ ਕੇਸ ਲੈਣੇ ਹਨ, 22 ਗਿਣਤੀ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਲ ਨਹੀਂ ਹੈ।

$$x = \frac{22.5-16}{4} =$$

$$= \frac{6.5}{4}$$

= 1.625

1.625 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ A ਤੋਂ ਅਸੀਂ 0 ਅਤੇ 1.625 ਦੇ ਵਿਚਲੇ ਕੇਸਾਂ ਵਿੱਚ 44.79% ਲੱਭਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ .0521, 22 ਦੀ ਉਪਰਲੀ ਸੀਮਾਂ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ 22 ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਪੈਂਦੇ ਕੇਸਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ = 5000 – 4479 = 5.21%

(ੲ) 10 ਅੰਕ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ 9.5 ਹੈ। ਜਿਹੜੀ ਮਿਆਰੀ ਇਕਾਈਆਂ ਵਿੱਚ

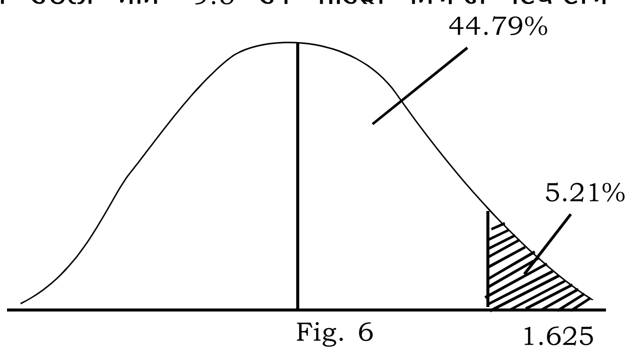


Fig. 6

$$Z = \frac{9.5-16}{4} = -1.625$$

ਹੁਣ ਅੰਕ 10 ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਦੇ ਕੇਸਾਂ ਦੀ ਲੋੜੀਂਦੀ ਗਿਣਤੀ = ਇਸ ਵਕ੍ਰ ਦਾ ਅੱਧ-ਮੱਧਮਾਨ ਤੇ –1.6256 ਵਿੱਚ ਖੇਤਰਫਲ = 5 – .4479

= 0.0521

ਇਸ ਲਈ ਉਨ੍ਹਾਂ ਕੇਸਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜੋ ਦਸ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਆਉਂਦੇ ਹਨ

= 5.21%

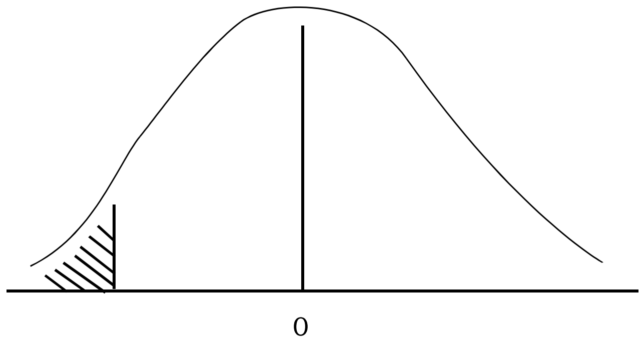


Fig. 7

2.4.4.2 ਕਿਸੇ ਸਾਧਾਰਣ ਵੰਡ ਵਿਚ ਸੀਮਾਵਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਅੰਦਰ ਕੇਸਾਂ ਦੀ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੋਵੇ।

ਉਦਾਹਰਣ – ਜੇ ਮੱਧਮਾਨ 20 ਅਤੇ ਮਿਆਰੀ ਵਿਚਲਨ 4 ਹੋਵੇ ਤਾਂ, ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਅੰਦਰ ਕੇਸ ਵਿਚਕਾਰਲੇ 75% ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਿਲ ਹੋਵੇਗਾ।

ਹੱਲ – ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਧਾਰਣ ਵੰਡ Z = 0 ਉੱਤੇ ਖਿੱਚੇ ਆਰਡੀਨੇਟ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਸਮਿਟ੍ਰੀਕਲ ਹੈ, 75% ਕੇਸਾਂ ਦਾ ਅੱਧਾ-ਅੱਧਾ ਭਾਗ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸੇ ਹੈ, ਭਾਗ ਹਰ ਪਾਸੇ ਵੱਲ 37.50% ਕੇਸ ਹਨ। ਹੁਣ ਟੇਬਲ A ਵਿੱਚ 3749 (ਜੋ 3750 ਦੇ ਬਹੁਤ ਨੇੜੇ ਪੈਂਦਾ ਹੈ) Z = 1.15 ਦੱਸਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ 20 ਦੀਆਂ ਸੀਮਾਵਾਂ 20 ± 4 × 1.15 ਅਰਥਾਤ 24.6 ਅਤੇ 15.4 ਹੋਣਗੀਆਂ। ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ 75% ਕੇਸ 15.4 ਅਤੇ 24.6 ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਵਿਚਾਲੇ ਪੈਣਗੇ।

2.4.4.3 ਟੈਸਟਾਂ ਦੀਆਂ ਕਠਿਨਾਈਆਂ ਪਤਾ ਕਰਨਾ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ : ਇਕ ਅਣ ਚੋਣਵੇਂ ਸਮੂਹ ਦੇ 15% ਬੱਚੇ ਇੱਕ ਸੁਆਲ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਹਨ।

ਉਸੇ ਸਮੂਹ ਦੇ 25% ਦੁਆਰਾ ਦੂਜਾ ਸੁਆਲ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਤੀਜਾ ਸੁਆਲ 20% ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਿਆਸ ਕਰ ਲਈਏ ਕਿ ਯੋਗਤਾ ਸਾਮਾਨਿਅਤਾ ਨਾਲ ਵੰਡੀ ਗਈ ਹੈ ਤਾਂ ਪ੍ਰਸ਼ਨ II ਅਤੇ III ਦੀ ਸਾਪੇਖਾਤਮਕ ਕਠਿਨਤਾ (difficulty) ਕੀ ਹੈ।

ਹੱਲ : ਸਾਡੀ ਸਮੱਸਿਆ ਇੱਥੇ ਹੈ (ਪ੍ਰਸ਼ਨ I, II, III ਲਈ ਕੱਟ (Cut) ਬਿੰਦੂ ਤਲਾਸ਼ ਕਰਨਾ ਤਾਂ ਜੋ ਸਮੁੱਚੇ ਸਮੂਹ ਦੇ 15%, 25% ਅਤੇ 30% ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਕੱਟ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਆਉਣ ਅਤੇ 85%, 75% ਅਤੇ 70% ਇਸ ਕੱਟ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਆਉਣ ।)

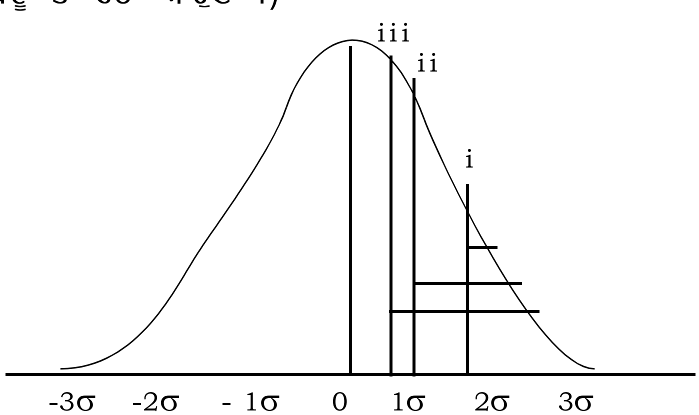


Figure 8

ਪ੍ਰਸ਼ਨ I ਸੰਬੰਧੀ, 15% ਕੇਸ ਕੱਟ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਆਉਂਦੇ ਸਨ ਅਤੇ 85% ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਹਨ। ਸਾਧਾਰਨ ਤੌਰ ਤੇ ਵੰਡੇ ਗਏ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋ ਵੱਧ ਉੱਚਤਤਾ 15% (50-15 ਰੱਖਦਾ ਹੈ = 35%) ਕੇਸ ਜਿਹੜੇ ਇਸਦੀਆਂ ਹੇਠਲੀਆਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਅਤੇ ਮੱਧਮਾਨ ਵਿਚਕਾਰ ਪੈਂਦੇ ਹਨ। ਸਾਰਣੀ ਏ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ 35.00% (ਜਾਂ 1 ਵਿੱਚੋਂ .3508) ਭਾਵ ਸਾਧਾਰਣ ਵੰਡ ਦਾ 35% ਮੱਧਮਾਨ, ਅਤੇ 1.04 ਵਿਚਕਾਰ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਮੱਸਿਆ 1 ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਵਕ੍ਰ ਦੀ ਆਧਾਰ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਜਮ੍ਹਾਂ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਨੂੰ ਪੈਂਦਾ ਹੈ - ਇਹ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ + 1.04 ਨੂੰ ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ ਦਾ ਕਠਿਨਤਾ ਮੁੱਲ Difficult Value ਸਮਝ ਲਿਆ ਜਾਵੇ।

ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੂਜੀ ਅਤੇ ਤੀਜੀ ਸਮੱਸਿਆ ਦੇ ਕਠਿਨਤਾ ਮੁੱਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਨਿਮਨ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣਗੇ।

ਸਮੱਸਿਆ (ਪ੍ਰਸ਼ਨ)	ਪਾਸ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ	ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ ਕੱਟ ਵਿਕਰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ	ਮੁੱਲ	ਅੰਤਰ
1	15%	35%	+1.04	-
2	25%	25%	+0.67	0.37
3	30%	20%	+0.52	0.15

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2 ਅਤੇ 3 ਵਿਚਕਾਰ ਕਠਿਨਤਾ ਦਾ ਅੰਤਰ 0.15 ਹੈ ਜੋ ਪ੍ਰਸ਼ਨ I ਅਤੇ II ਵਿਚਕਾਰ ਕਠਿਨਤਾ ਮੁੱਲ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਦਾ ਲਗਭੱਗ 1/2 ਬਣਦਾ ਹੈ।

2.4.4.4 ਓਵਰ ਲੈਪਿੰਗ ਦੇ ਪੱਖ ਤੇ ਦੋ ਵੰਡਾਂ ਦਾ ਮੁਕਾਬਲਾ ਕਰਨਾ

ਜੇ ਕਰ ਮੁੰਡਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ = 20.49, ਜਦੋ ਕਿ σ = 3.63 ਆਉਂਦਾ ਹੈ

ਲੜਕੀਆਂ ਦਾ ਮੱਧ ਅੰਕ 21.49 ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ σ = 5.12 ਆਉਂਦਾ ਹੈ

ਮੱਧਿਅਕਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ : ਮੁੰਡੇ 20.41, ਕੁੜੀਆਂ 21.66

ਲੜਕੀਆਂ ਦੀ ਕਿੰਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਲੜਕਿਆਂ ਦੀ ਵੰਡ ਦੀ ਮਾਧਿਕਾ ਤੋਂ ਵੱਧਦੀ ਹੈ ?

ਹੱਲ :

ਇਸ ਗੱਲ ਦਾ ਕਿਆਸ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਇਹ ਵੰਡਾਂ ਸਮਾਨ ਹਨ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀ A ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮੁੰਡਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ 20.41 - 21.49 = -1.08 ਅੰਕ ਯੂਨਿਟ, ਕੁੜੀਆਂ ਦੇ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ। 1.08 ਨੂੰ 5.12 (ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਵੰਡ ਦੇ σ) ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਮੁੰਡਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਵੰਡ ਦੇ ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ -.21σ ਉੱਪਰ ਹੈ। ਸਾਰਣੀ ਏ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ 8.32% ਦੀ ਸਾਧਾਰਣ ਵੰਡ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ - .21σ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪੈਂਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 58% ਲੜਕੀਆਂ (50% + 80%) ਲੜਕਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਅਕਾ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹਨ ।

2.4.4.5 ਦਿੱਤੇ ਸਮੂਹ ਨੂੰ ਉਪ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਣਾ ਜਦੋਂ ਗੁਣ ਸਮਾਨ ਹੋਣ

ਉਦਾਹਰਣ : ਮੰਨ ਲਓ 200 ਕਾਲਜ-ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਪ੍ਰਵੇਸ਼ ਪਰੀਖਿਆ ਅਸੀਂ ਲਈ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਸਮੂਹ ਨੂੰ ਪੰਜ ਉਪ-ਸਮੂਹਾਂ I, II, III, IV ਅਤੇ V ਸਮਾਨਿ ਯੋਗਤਾ ਅਨੁਸਾਰ ਵੰਡਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ, ਪਰ ਨਾਲ ਹੀ ਹਰੇਕ ਉਪ-ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਯੋਗਤਾ ਦਾ ਘੇਰਾ ਇੱਕੋ ਜਿਹਾ ਹੋਵੇ। ਇਹ ਕਿਆਸ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਸਾਡੀ ਦਿੱਤੀ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਦੁਆਰਾ ਨਾਪਿਆ ਗਿਆ ਗੁਣ ਸਮਾਨਿ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ, ਸਮੂਹ I, II, III, IV ਅਤੇ V ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਰੱਖੇ ਜਾਣ ?

ਹੱਲ :

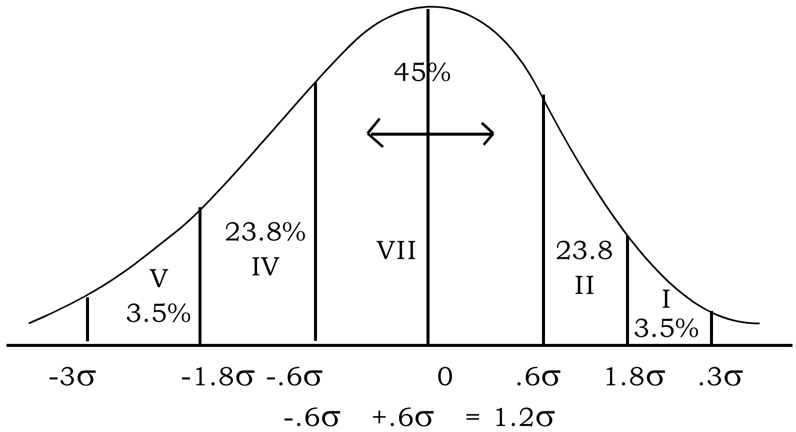


Fig. 9

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਉਪ-ਸਮੂਹਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਡਾਇਆਗ੍ਰਾਮ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਉਪਰੋਕਤ ਅਨੁਸਾਰ, ਸਮਾਨਿ ਵਕ੍ਰ ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਉ। ਵਕ੍ਰ ਦੀ ਆਧਾਰ-ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਜਿਹੜੀ +3σ ਤੋਂ ਲੈ ਕੇ = -3σ ਤੱਕ, ਅਰਥਾਤ 6σ ਦੇ ਰੇਂਜ ਤੱਕ ਫੈਲੀ ਹੋਈ ਹੈ।

ਇਸ ਰੇਂਜ (Range) ਨੂੰ 5 (ਉਪ-ਸਮੂਹਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ) ਉੱਪਰ ਵੰਡ ਕੇ ਸਾਨੂੰ ਭਾਗ 6/5 = 1.2σ ਆਧਾਰ ਰੇਖਾ σ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਿਹੜੀ ਕਿ ਹਰੇਕ ਸਮੂਹ ਨੂੰ ਅਲਾਟ ਕੀਤੀ ਜਾਣੀ ਹੈ। ਇਹ ਪੰਜ ਭਾਗ ਵਕ੍ਰ ਦੀ ਸ਼ਕਲ ਨੰ 9 ਅਨੁਸਾਰ ਆਧਾਰ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਬਣਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਪਰੋਕਤ ਅਨੁਸਾਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਉਪ-ਸਮੂਹਾਂ ਦੀ ਹੱਦ-ਬੰਦੀ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿਚੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ –

ਸਮੂਹ I ਉਪਰਲੇ 1.8 ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

ਸਮੂਹ II ਅਗਲੇ 1.2σ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

ਸਮੂਹ III ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ +0.6σ ਤੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ 0.6σ ਤੇ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।

ਸਮੂਹ IV ਅਤੇ V ਵਕ੍ਰ ਦੇ ਹੇਠਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਉਸੇ ਸਾਪੇਖ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹਨ, ਜਿਹੜੀ ਕਿ II ਅਤੇ I ਦੀ ਉਪਰਲੇ ਅੱਧ ਵਿੱਚ ਹੈ।

ਇਸ ਗੱਲ ਦਾ ਪਤਾ ਲਾਉਣ ਲਈ ਕਿ ਸਮੁੱਚੇ ਸਮੂਹ ਦੀ ਕਿੰਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ 1 ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ, ਸਾਨੂੰ ਇਸ ਗੱਲ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਾਧਾਰਣ ਵੰਡ ਦਾ ਕਿਹੜੀ 3σ (ਇਕ ਸਮੂਹ ਦੀ ਉਪਰਲੀ ਸੀਮਾਂ) ਅਤੇ (ਸਮੂਹਾਂ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾਂ) ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਸਾਰਣੀ 'ਏ' ਤੋਂ 4986, ਭਾਵ ਸਾਧਾਰਣ ਵੰਡ ਦਾ 49.86% ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ 3σ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ : ਅਤੇ 0.4641 ਭਾਵ 46.41% ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ 1.8 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਾਧਾਰਣ ਵਕ੍ਰ ਅਧੀਨ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰ ਦਾ (49.86% – 46.41% = 3.5%) 3 ਅਤੇ 1.8σ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਬੈਠਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਅਨੁਸਾਰ ਸਮੂਹ I ਸਮੁੱਚੇ ਸਮੂਹ ਦਾ 35% ਬਣਦਾ ਹੈ।

ਹੋਰ ਸਮੂਹ ਦੇ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਇਸੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਸਾਧਾਰਣ ਵੰਡ ਦਾ 46.41% ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ 1.8σ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਬੈਠਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ 1.8σ II ਸਮੂਹ ਦੀ ਉਪਰਲੀ ਸੀਮਾਂ ਹੈ ਅਤੇ 22.57% ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ 0.6σ ਵਿਚਕਾਰ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। (ਜਿਹੜੀ ਸਮੂਹ II ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾਂ ਹੈ) ਘਟਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਾਡੀ ਵੰਡ ਦਾ 45.41% – 22.57% ਜਾਂ 23.84% ਉਪ-

ਸਮੂਹ II ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਹੈ।

ਸਮੂਹ 0.6σ ਉੱਪਰ, ਮੱਧਮਾਨ ਤੋਂ –06σ ਹੇਠਾਂ ਹੈ। ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ .6σ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਾਧਾਰਣ ਵੰਡ ਦਾ 22.57% ਪੈਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ –.6σ ਵਿਚਕਾਰ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ 45.14% (22.57 × 2) ਸ਼ਾਮਿਲ ਹੈ।

ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸਮੂਹ IV ਜਿਹੜਾ –.6 ਅਤੇ –.8 ਵਿਚਕਾਰ ਪੈਂਦਾ ਹੈ, ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਦੀ ਉਹੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਜਿਹੜੀ ਕਿ ਉਪ ਸਮੂਹ II ਦੀ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਸਮੂਹ ਜਿਹੜਾ ਕਿ .3σ ਅਤੇ –3σ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪੈਂਦਾ ਹੈ ਵਿੱਚ ਸਮੁੱਚੀ ਵੰਡ ਦੀ ਉਹੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਜਿਹੜੀ ਕਿ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਅਤੇ ਗਿਣਤੀ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਇਸ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਹੈ –

ਸਾਰਣੀ

	I	II	III	IV	V
ਹਰ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ	3.5	23.8	45	23.8	3.5
ਹਰ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਗਿਣਤੀ (ਕੁੱਲ 200 ਵਿਅਕਤੀ)	7	48	90	48	7

ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. ਜੇ ਮੱਧਮਾਨ 100 ਅਤੇ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ 15 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੱਸੋ ਕਿ i) ਅੰਕ 135 ਤੋਂ ਉਪਰ ਕਿੰਨੇ ਕੇਸ ਹੋਣਗੇ।, ii) 90 ਅੰਕ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਕਿੰਨੇ, iii) ਅਤੇ ਅੰਕ 75 ਅਤੇ ਅੰਕ 125 ਵਿਚਾਲੇ ਕਿੰਨੇ ਕੇਸ ਹੋਣਗੇ।
2. ਇਕ ਅਧਿਆਪਕ 25 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਬੱਚਿਆਂ ਨੂੰ ਫੇਲ੍ਹ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ 72 ਅਤੇ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ 6 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੱਸੋ ਕਿ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਕਿਹੜਾ ਅੰਕ ਲਏ ਕਿ ਪਾਸ ਹੋ ਜਾਵੇ।
3. ਸਾਧਾਰਣ ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਮੱਧਮਾਨ 100 ਹੈ ਅਤੇ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ 20 ਤਾਂ ਦੱਸੋ ਕਿ i) ਉਪਰਲੇ 20% ਕੇਸ ਕਿਹੜੇ ਅੰਕ ਵਿੱਚ ਆਉਣਗੇ, ii) ਹੇਠਲੇ 10% ਕੇਸ ਕਿਹੜੇ ਅੰਕ ਤੱਕ ਹੋਣਗੇ, iii) ਵਿਚਕਾਰਲੇ 60% ਕੇਸਾਂ ਦੇ ਅੰਕ ਕਿੰਨੇ ਹੋਣਗੇ, iv) Q_3 ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੱਸੋ।

2.4.5 Statistics in Psychology and Education :

Table A : Fractional parts of the total area (taken as 10.000) under the normal probability curve, corresponding to distances on the baseline between the mean and successive point laid off from the mean in units of standard deviation.

Example : between the mean and a point 1.38 σ $\left[\frac{x}{\sigma} = 1.38\right]$ are found 41.02% of the entire area under the curve.

$\frac{x}{\sigma}$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0000	0040	0080	0120	0160	0100	0230	0270	0310	0359
0.1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0638	0675	0714	0453
0.2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1084	1103	1141
0.3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1408	1443	1480	1517
0.4	1554	1501	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0.5	1915	1960	1985	2010	2054	2088	2123	2157	2190	2224

0.6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2488	2517	2549
0.7	2580	2611	2642	2678	2704	2734	2764	2794	2823	2852
0.8	2881	2910	2939	2987	2995	3023	3051	3078	3100	3132
0.9	3159	3180	3212	3238	3204	3290	3315	3340	3365	3389
1.0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3609	3621
1.1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1.2	3840	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1.3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4182	4177
1.4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1.5	4332	4345	4357	4370	4383	4394	4406	4418	4429	4441
1.6	4452	4403	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1.7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1.8	4641	4649	4656	4604	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1.9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4758	4761	4767
2.0	4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2.1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2.2	4861	4864	4868	4871	4875	4878	4881	4884	4887	4890
2.3	4893	4896	4898	4901	4904	4906	4909	4911	4913	4916
2.4	4918	4920	4922	4925	4927	4929	4931	4932	4934	3936
2.5	4938	4940	4941	4943	4915	4946	4948	4849	4951	4952
2.6	4953	4955	4956	4957	4959	4960	4961	4962	4963	4964
2.7	4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4980	4981
2.8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4979	4980	4981
2.9	4981	4982	4982	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4986
3.0	4986.5	4986.9	4987.4	4988.2	4988.6	4988.3	4988.3	4989.7	4990.0	
3.1	4990.3	4990.1	4991.0	4991.3	4991.6	4991.8	4992.1	49992.4	4992.6	4992.9
3.2	4993.129	4995.160		4996.631		4997.674	4998.409	4999.683	4999.519	4999.683
4999.966	4999.9971									

2.4.6 ਸਾਰ :

ਸਾਧਾਰਨ ਵਰਗੀਕਰਨ ਵਕ੍ਰ ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਦੇ ਨਿਯਮ ਤੇ ਆਧਾਰਤ ਹੈ ਜਾਂ ਕੁਝ ਖਾਸ ਘਟਨਾ ਵਰਤਨ ਤੇ ਆਧਾਰਤ ਹੈ। ਸੰਭਾਵਨਾ ਵਿੱਚ ਕਈ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਘਟਨਾਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਵਰਗੀਕਰਨ ਸਮੇਂ ਇਹਨਾਂ ਘਟਨਾਵਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕੋਈ ਇੱਕ ਘਟਨਾ ਵਰਤ ਲਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਜਿਵੇਂ ਅਨੁਪਾਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਬਿਨ੍ਹਾਂ ਪੱਖਪਾਤ ਤੋਂ ਜਦੋਂ ਸਿੱਕਾ ਉਛਾਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕਈ ਵਾਰ ਹੈਡ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਤੇ ਕਈ ਵਾਰ ਟੇਲ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਹੀ ਸੰਭਾਵਿਤ ਅਨੁਪਾਤ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਕ ਸੰਭਾਵਤ ਅਨੁਪਾਤ ਹਮੇਸ਼ਾ 100 ਤੋਂ 1.00 ਤੱਕ ਦੀਆਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਾਂਖਿਅਕੀ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਵੰਡ ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਵਧੇਰੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਵੰਡਾਂ ਵਿਚੋਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਤੌਰ ਤੇ ਟੈਸਟ ਨਿਰਮਾਣ ਦੇ ਖੇਤਰ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਵਧੇਰੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਖਿਆਲ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

2.4.7 ਸੁਝਾਏ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :

1. (ੳ) ਸਾਧਾਰਣ ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਵਕ੍ਰ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਕਰੋ ? ਇਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੱਸੋ।

(ਅ) ਸਾਧਾਰਣ ਸੰਭਾਵਿਕਤਾ ਵਕ੍ਰ ਦੇ ਲੱਛਣਾਂ ਉੱਪਰ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।

2. ਗਣਿਤ ਦੀ ਪ੍ਰੀਖਿਆ, ਸਕੂਲ ਛੱਡਣ ਵਾਲੇ 1500 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨੇ ਦਿੱਤੀ, ਮੱਧਮਾਨ 53.0 ਸੀ ਅਤੇ ਮਾਨਕ ਵਿਚਲਨ 8.0 ਸੀ।

ਵੰਡ ਦੀ ਸਾਧਾਰਣਤਾ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਨਿਮਨ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਉ :

(ੳ) ਕਿਤਨੇ ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਦੇ ਅੰਕ 65 ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ?

(ਅ) ਕਿਤਨੇ ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਦੇ ਅੰਕ 45 ਅਤੇ 75 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਉਂਦੇ ਹਨ।

(ੲ) ਉਹ ਅੰਕ ਕਿਹੜੇ-ਕਿਹੜੇ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਮੱਧ ਦੇ 60% ਕੇਸ ਪੈਂਦੇ ਹਨ ?

(ਸ) ਕਿਹੜੇ-ਕਿਹੜੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਵਿਚਾਲੇ ਵਿਚਾਲੇ 6% ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹੋਣਗੇ।

3. ਸਾਧਾਰਣ ਵੰਡ ਵਿੱਤ M = 200 ਅਤੇ SD = 25

(ੳ) ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਕਿੰਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ 180 ਅਤੇ 240 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਵੇਗੀ ?

(ਅ) ਮੱਧ ਵਾਲੇ 7.5% ਕਿਹੜੇ ਅੰਕਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਪੈਣਗੇ ?

(ੲ) Q_1 ਅਤੇ Q_3 ਕਿਹੜੇ ਅੰਕਾਂ ਤੇ ਪੈਂਦੇ ਹਨ ?

2.4.8 ਸੁਝਾਈਆਂ ਪੁਸਤਕਾਂ :

Garret, H.E. : Statistics in Psychology and Education, Vakils, Feffer and Simons, Ltd., Bombay, 1985.

Guilford J.P. and Fruethere B : Fundamental Statistics in Psychology and Education, McGraw Hill, New Delhi, 1965.